ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
по АСТРОНОМИИ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
2024-2025 учебный год

11 классы

Решения и критерии оценивания

Максимальное количество баллов -40 баллов.

Задача 1

Где нужно искать на небе Сириус ($\alpha = 6^h41^m$) 20 марта через час после захода Солнца, если наблюдатель находится в средних широтах южного полушария?

Решение

20 марта – день равноденствия. Для северное полушария оно весеннее, для южного – осеннее. Прямое восхождение Солнца в этот момент близко к 0^h, а само оно находится почти точно на небесном экваторе. Поскольку отсчет прямых восхождений производится в сторону, противоположную суточному вращению небесной сферы (с запада на восток), то Сириус, раз его склонение больше, находится к востоку от Солнца.

6^h41^m – это чуть больше четверти окружности. Так как по условию задачи Солнце час назад погрузилось под горизонт, то оно находится почти на западе, лишь слегка сместившись (под горизонтом) к югу. А Сириус – на четверть окружности к востоку, т.е. почти на небесном меридиане.

Таким образом, Сириус следует искать вблизи верхней кульминацией над точной севера.

Оценка

Знание, что 20 марта – равноденствия, которое для северного полушария называется весенним	1
Знание прямого восхождения Солнца в день весеннего равноденствия	1
Понимание, что Сириус находится примерно на четверть окружности к востоку	1
Окончательный вывод о расположении звезды	1
Итого	**4**

Если участник перепутал север и юг, то за всю задачу оценка не может превышать 2 баллов.

Терминология «весенний» и «осенний» не является догмой. Вполне допустимы названия «мартовское» и «сентябрьское». Не следует снижать оценку, если участник будет именовать равноденствие весенним, хотя в южном полушарии оно осеннее.

<u>Задача 2</u>

Космический аппарат (КА) прошел точку перицентра над полюсом Сатурна на расстоянии его экваториального радиуса от центра планеты, а затем пролетел через щель Гюйгенса в кольцах. Определите расстояние апоцентра орбиты КА. Диаметр щели Гюйгенса – 117680 км.

<u>Решение</u>

Орбита космического аппарата может быть любым коническим сечением: эллипсом, параболой либо гиперболой. На рис. 1 показана часть этой орбиты вблизи Сатурна (круг в центре). Сатурн несколько сплюснут с полюсов из-за быстрого вращения, поэтому его полярный радиус меньше экваториального, поэтому КА пройдет над полюсом выше кромки облаков. Это сжатие планеты для простоты на рисунке не показано, поскольку не влияет на решение задачи. А кольца Сатурна расположены в экваториальной плоскости этой планеты, так что угол между направлением на перицентр и точку

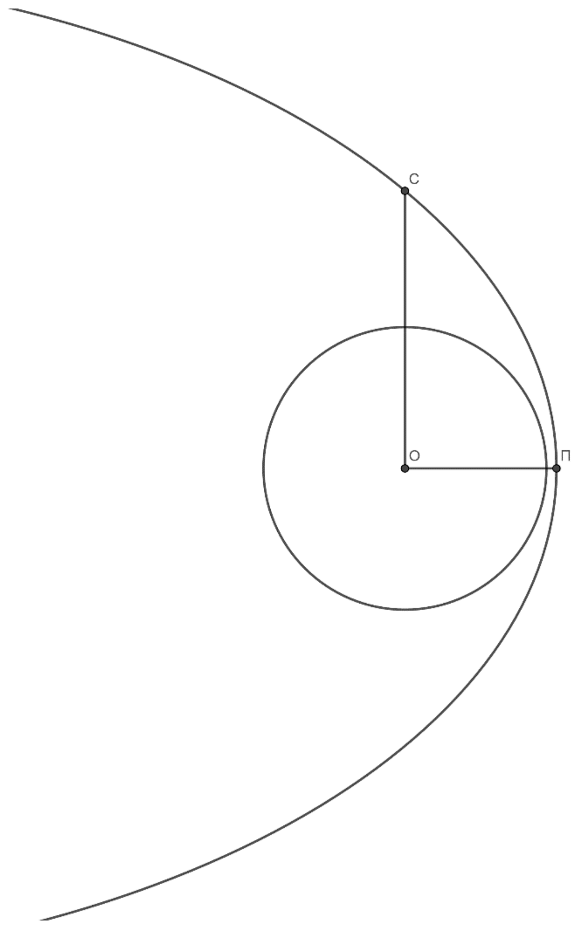

Рис. 1

пересечения колец составит 90°.

О – центр Сатурна, *П* – перицентр, *С* – точка пересечения кольца. Отрезок *ОП* – перицентрическое расстояние. Отрезок *ОС* есть половина хорды, перпендикулярной оси орбиты. Он называется параметром орбиты. Перицентрическое расстояние r_π, параметр p и эксцентриситет e для всех трех типов орбит связаны одинаковой формулой:

$$r_\pi = \frac{p}{1+e},$$

которая следует из уравнения конического сечения в полярных координатах

$$r_\pi = \frac{p}{1+e\cos v},$$

когда полярный угол v, отсчитываемый от направления на перицентр, равен нулю. Из этой формулы можно найти эксцентриситет орбиты:

$$e = \frac{p}{r_\pi} - 1.$$

Если $e \geqslant 1$, то орбита незамкнута (парабола или гипербола), и апоцентра у неё нет. В противном случае (эллипс) можно найти сначала большую полуось

$$a = \frac{r_\pi}{1-e},$$

а затем и расстояние апоцентра

$$r_\alpha = a(1+e) = r_\pi \frac{1+e}{1-e}.$$

Применим теорию к нашей задаче. По условию $p = 117680$ (км). Расстояние перицентра (т.е. экваториальный радиус Сатурна возьмем из справочной таблицы $r_\pi = 60268$ (км). Отсюда находится эксцентриситет

$$e = \frac{117680}{60268} - 1 = 0{,}953.$$

Эксцентриситет меньше единицы, значит орбита эллиптическая. Вычисляем расстояние апоцентра

$$r_\alpha = 60268 \cdot \frac{1+0{,}953}{1-0{,}953} = 2{,}504 \cdot 10^6 \text{ (км)}.$$

<u>Оценка</u>

При оценке прежде всего нужно обратить внимание, знает ли участник, что орбита необязательно будет эллипсом. Если он исходит из того, что она эллипс, и нигде не оговаривает иных возможностей, то итоговая оценка не может превышать 5 баллов.

В 2 балла следует оценить понимание геометрической картины задачи, а именно того, что радиус-вектор КА поворачивается ровно на 90° между прохождением перицентра и пересечением плоскости колец.

3 балла стоит знание (или вывод каким-либо законным путем) формулы, связывающей эксцентриситет, параметр орбиты и расстояние перицентра. Формула для расстояния апоцентра при известных большой полуоси и эксцентриситете стоит еще 2 балла.

Наконец, в 2 балла оценивается получение численного результата по верной формуле. При этом нужно иметь в виду, что в итоговой формуле в знаменателе вычитаются близкие числа, что приводит к большой потере точности. Если участник удержит в промежуточных результатах не 3, как здесь, а иное количество значащих цифр, результат может отличаться от данного в несколько раз. Проверять нужно не равенство итогового числа приведенному в данном решении, а правильность вычисления с той точностью, которую выбрал участник. Однако, слишком низкая точность может привести к качественной ошибке. Например, если при вычислении эксцентриситета ограничиться только одной значащей цифрой, то получим, что $e = 1$, т.е. орбита параболическая. В этом случае за расчет баллов не начисляется.

Итого – 9 баллов.

Задача 3

На сколько отличаются звездные и средние солнечные сутки на Марсе? Какие из них больше? Ответ выразите в долях марсианских средних солнечных суток, приняв, что там, как и на Земле, сутки делятся на 24 часа. Отличием тропического года от сидерического пренебречь.

Решение

Поскольку Марс, как и Земля, вращается вокруг своей оси в ту же сторону, что и движется по орбите, средние солнечные сутки там длиннее звездных. Кроме того, количество звездных суток за один тропический год ровно на 1 больше количества солнечных.

Из справочных таблиц следует, что сидерический год на Марсе равен

$$365{,}256 \cdot 1{,}880 = 686{,}681$$

земных средних солнечных суток. В то же время звездные марсианские сутки, выраженные в средних земных, составляют

$$\frac{24{,}6229}{24} = 1{,}025954.$$

Таким образом, за один марсианский год проходит

$$\frac{686{,}681}{1{,}025954} = 669{,}3117$$

звездных марсианских суток. А марсианских средних солнечных – на 1 меньше. Продолжительность звездных суток, выраженная в средних, таким образом, будет равна:

$$\frac{668{,}3117}{669{,}3117} = 0{,}998506.$$

Осталось выразить это число в часах, минутах и секундах: $23^{ч}\ 57^{м}\ 50{,}9^{с}$. В итоге звездные сутки на марсе короче средних солнечных на $\mathbf{2^{м}\ 9{,}1^{с}}$ марсианского среднего солнечного времени.

Отношение продолжительности звездных и средних солнечных суток можно найти другими способами. Например, можно провести аналогию между синодическим и сидерическим периодом обращения планеты вокруг Солнца и аналогичными периодами обращения самой планеты вокруг своей оси, а затем применить известные формулы для соотношения периодов. Отождествим «центр Солнечной системы» с центром Марса, за «Землю» примем какую-нибудь точку на экваторе Марса, а за «планету» – Солнце. Тогда:

сидерический период «Земли» равен $T = 1{,}025954$ (земных ср. сол. суток);

сидерический период внешней «планеты» $P = 686{,}681$;

синодический период «планеты» S (от кульминации до кульминации Солнца) вычисляется по формуле

$$\frac{1}{S}=\frac{1}{T}-\frac{1}{P}=\frac{1}{1{,}025954}-\frac{1}{686{,}681}=\frac{1}{1{,}027489}.$$

Величина $S = 1{,}027489$ есть продолжительность средних солнечных суток на Марсе, выраженная в средних земных солнечных сутках. А отношение марсианских звездных и средних солнечных суток равно

$$\frac{T}{S}=\frac{1{,}025954}{1{,}027489}=0{,}998506,$$

как и было получено ранее.

<u>Оценка</u>

Для правильного решения задачи нужно не запутаться в терминах, близких по наименованию, но разных по значению. В задаче используются три разных величины с названием «сутки»: а) земные средние солнечные сутки; б) марсианские средние солнечные сутки; в) марсианские звездные сутки. Земные сутки используются как базовая единица измерения для других величин. Именно в земных средних солнечных сутках вычисляется сидерический период орбитального движения Марса и его собственного вращения (марсианские звездные сутки). За правильное вычисление этих величин в земных единицах дается 2 балла.

Далее нужно определить соотношение между марсианскими средними солнечными и марсианскими звездным сутками. Это можно сделать, например, способами, описанными в решении. Не исключено, что участник придумает свой, аналогичный этим двум. Важно получить правильно отношение, какой бы способ его отыскания ни был найден. Обратите внимание, что участник вполне может найти и обратное отношение $\frac{1}{0{,}998506}=1{,}001496$. Это, разумеется, не ошибка, если эта величина далее используется правильно. За вычисление отношения марсианских суток – 2 балла.

Для получения ответа нужно *разность* между марсианскими средними солнечными сутками и марсианскими же звездными сутками выразить в долях марсианских средних суток. Типичной ошибкой здесь будет использование в качестве основной единицы не солнечных, а звездных суток. За правильный ответ на этом этапе дается 2 балла. Если базовая единица перепутана, 0 баллов.

Итого – 6 баллов.

<u>Задача 4</u>

Можно ли увидеть Юпитер на его среднем расстоянии от Солнца с Сириуса при визуальных наблюдениях в телескоп диаметром 1 м? Расстояние до Сириуса 8,60 св. года. Вопрос о видимой яркости Юпитера в этой задаче не рассматривать.

<u>Решение</u>

Поскольку вопрос о яркости планеты не стоит, то единственное, что сможет помешать различить Юпитер – это недостаток разрешающей способности телескопа. Определим сначала максимальное угловое расстояние Юпитера от Солнца, видимое с Сириуса. Расстояние до Сириуса 8,60 св. года, что составляет $\frac{8{,}60}{3{,}26} = 2{,}64$ пк. По определению парсека, радиус земной орбиты – 1 а.е. – будет виден с такого расстояния под углом $\frac{1}{2{,}64} = 0{,}379''$. Но радиус Юпитера составляет 5,2 а.е., поэтому на максимальном удалении от Солнца его угловое расстояние составит $0{,}379 \cdot 5{,}2 = 1{,}97''$.

Надо сравнить эту величину с разрешающей способностью телескопа. Общая формула для разрешающей способности выглядит так:

$$\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D},$$

где λ – длина волны, D – диаметр объектива. Поскольку в условиях задачи речь идет о визуальных наблюдениях, примем $\lambda = 550\,(\text{нм}) = 5{,}50 \cdot 10^{-7}(\text{м})$. Диаметр же объектива по условию задачи $D = 1$ (м). Поэтому

$$\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{206265'' \cdot 5{,}50 \cdot 10^{-7}}{1} = 0{,}138''.$$

Таким образом, разрешающей способности телескопа достаточно, чтобы различить Юпитер.

<u>Оценка</u>

Суть решения – найти угловое расстояние Юпитера от Солнца и сравнить с разрешением телескопа. Первая часть требует знания понятий «парсек», «световой год», «параллакс». Численное соотношение между ними есть в справочных материалах. За вычисление углового расстояния Юпитера от Солнца начисляется 2 балла.

Следующий этап – расчет разрешающей способности. Тут возможны варианты. Участник не обязан пользоваться приведенной в решении формулой. Широко известна, например, такая формула

$$\alpha = \frac{140''}{D},$$

в которой диаметр объектива должен быть выражен в мм. Собственно, это прямое следствие базовой формулы из решения. Так же необязательно требоваться длину волны именно 550 нм. 500 тоже вполне подходящая для человеческого зрения величина.

За правильное вычисление разрешающей способности – 2 балла.

Еще один балл дается за верный вывод из полученных значений.

Итого – 5 баллов.

<u>Задача 5</u>

Шаровое скопление M13 в созвездии Геркулеса имеет видимый блеск 5,8, угловой диаметр 20′ и находится на расстоянии 25 тыс. св. лет от Земли. Оцените среднюю плотность звезд (количество звезд в единице объема) в этом скоплении.

Решение

Для отыскания плотности необходимо найти, во-первых, количество звезд в скоплении и, во-вторых, его объем. Для оценки количества звезд у нас есть лишь две величины: видимый блеск и расстояние. По ним можно найти светимость скопления, т.е. суммарную светимость всех его звезд. Поскольку о самих звездах ничего не известно, то для оценки придется принять какое-либо разумное предположение о звездном составе. Обыкновенно в таких случаях считают, что все звезды там подобны Солнцу.

Итак, выразим расстояние до скопления в парсеках

$$D = 25000 \text{ (св. лет)} = 7{,}7 \cdot 10^3 \text{ (пк)},$$

а затем применим формулу для абсолютной звездной величины:

$$M = m + 5 - 5 \lg D = 5{,}8 + 5 - 5(3 + \lg 7{,}7) = -8{,}6.$$

Далее определим по абсолютной звездной величине светимость скопления

$$L = 2{,}512^{5-M} = 2{,}512^{13{,}6} = 2{,}8 \cdot 10^5.$$

Последняя формула дает светимость, выраженную в светимостях Солнца (число 5 в показателе степени – абсолютная звездная величина Солнца). Поэтому полученный результат и есть количество звезд типа Солнца, которые создадут ту же светимость, что и скопление М13. Иными словами, скопление содержит порядка 300 тыс. звезд.

Теперь нужно оценить объем скопления. Мы знаем, что оно шаровое, знаем его угловой диаметр и расстояние до него. Линейный радиус поэтому оценивается просто:

$$R = \frac{20'}{2} \cdot \frac{\pi}{180 \cdot 60} \cdot 7{,}7 \cdot 10^3 \approx 20 \text{ (пк)}.$$

Средняя плотность звезд теперь находится легко:

$$n = \frac{3 \cdot 10^5}{\frac{4}{3}\pi \cdot 20^3} \approx 10 \text{ (пк}^{-3}\text{)}.$$

Таким образом, средняя звездная плотность в скоплении – порядка 10 звезд на кубический парсек. Это примерно в 100 раз больше плотности звезд в окрестностях Солнца.

Оценка

Прежде всего нужно обратить внимание, что данных для сколь-либо точного вычисления звездной плотности условия задачи не содержат. Но точное вычисление и не требуется. Нужно лишь грубо *оценить* звездную плотность. Поэтому вычисления с большим количеством десятичных знаков здесь не достоинство, а существенный недостаток решения: все эти знаки не имеют под собой никаких оснований. Поэтому ответ «порядка 10» следует признать верным, а, например, «8,421» – ошибочным.

Вывод о том, что количество звезд можно оценить по светимости скопления – ключевая часть задачи. За неё дается 3 балла. Собственно оценка количества – 2 балла. Оценка размера скопления по угловому диаметру и расстоянию 2 балла. Вычисление плотности – 1 балл. **Итого 8 баллов.** Сравнивать плотность скопления с солнечными окрестностями не требуется.

Задача 6

Вычислить среднюю плотность звезды, если её масса равна 0,5 солнечной, температура поверхности 17100 K, звездная величина 8,2, параллакс 0,199″.

Решение

Масса звезды известная. Чтобы определить плотность, нужно знать еще радиус. Связь между радиусом и светимостью дается законом Стефана-Больцмана (в предположении, что излучение звезды подобно излучению абсолютно черного тела):

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4,$$

в котором T – температура, R – радиус звезды, L – её светимость, а σ – постоянная Стефана.

Отсюда выражается радиус:

$$R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T^4}}.$$

С другой стороны, светимость можно найти через абсолютную звездную величину:

$$L = 2{,}512^{5-M}$$

Надо помнить, однако, что в этой формуле светимость выражена не в ваттах, а в светимостях Солнца, которую можно найти в справочных материалах.

Наконец, последнюю неизвестную – абсолютную звездную величину звезды M можно вычислить по видимой и расстоянию:

$$M = m + 5 + 5\lg p.$$

Все формулы написаны, приступаем к вычислениям.

$$M = 8{,}2 + 5 + 5\lg 0{,}199 = 9{,}7.$$

$$L = 2{,}512^{5-9{,}7} = 0{,}013.$$

Переводим эту величину в ватты, умножив на светимость Солнца:

$$L = 0{,}013 \cdot 3{,}8 \cdot 10^{26} = 5 \cdot 10^{24}\ (\text{Вт}).$$

Наконец, находим радиус:

$$R = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (1{,}71 \cdot 10^4)^4}} = 9 \cdot 10^6\ (\text{м}).$$

Для отыскания плотности остается последний шаг: поделить массу на объем:

$$\rho = \frac{0{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{\frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (9 \cdot 10^6)^3} = 3 \cdot 10^8\ (\text{кг/м}^3).$$

Оценка

2 балла за выражение радиуса через закон излучения Стефана-Больцмана, 2 за определение светимости по абсолютной звездной величине, 2 балла за определение абсолютной величины по видимой и параллаксу, 2 балла за вычисление плотности. **Итого – 8 баллов.**