
11 класс, решения и критерии оценивания

1. 1 июня 2030 года произойдет кольцеобразное солнечное затмение, частную фазу которого можно будет наблюдать со всей территории Российской Федерации. За несколько часов до затмения Луна окажется рядом с Марсом, а через несколько часов после — покроет яркую звезду некоторого созвездия. В каком созвездии находится эта звезда? Обоснуйте свой ответ.

Решение:

Во время солнечного затмения Луна оказывается между Солнцем и Землей, и поэтому для земного наблюдателя проецируется в ту же точку неба, что и Солнце. В течение суток Луна проходит угловое расстояние, равное $360^\circ / 27.3 \approx 13^\circ$ (период обращения Луны вокруг Земли составляет 27.3 суток). Значит, яркая звезда, речь про которую идет в условии, находится недалеко от Солнца и вероятнее всего находится в том же созвездии (или в соседнем), в котором находится Солнце 1 июня.

Далее можно, например, вспомнить, что 21 июня — день летнего солнцестояния, а точка летнего солнцестояния находится между Тельцом и Близнецами. Значит 1 июня Солнце будет находиться в Тельце. Соответственно, и звезда тоже будет находиться в Тельце. Аналогичные рассуждения можно провести, если вспомнить даты, когда Солнце находится в различных зодиакальных созвездиях, или положение точки весеннего равноденствия (находится в Рыбах, Солнце проходит эту точку 21 марта).

Марс в данной задаче никак не влияет на ее решение и итоговый ответ.

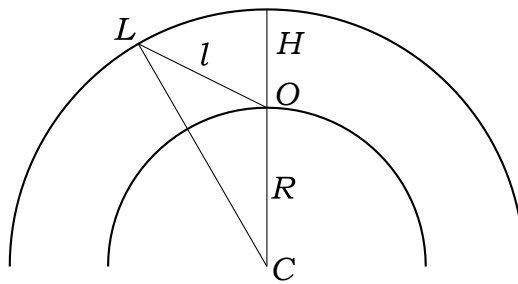
Оценивание:

- Знание периода обращения Луны вокруг Земли (допустимы $25 \div 30$ суток)..... 3
- Вычисление суточного перемещения Луны по небу или аналогичное обоснование, что звезда находится в том же или соседнем созвездии, что и Солнце 1 июня..... 2
- Итоговое созвездие 3
 - Телец или Близнецы..... 3
 - Овен (перепутано направление движения Солнца/Луны) 2
 - Рак или Рыбы..... 1
 - Иное созвездие 0

2. Космонавты будущего высаживаются на круглую каменистую планету с радиусом 3000 км, обладающую плотной атмосферой высотой 100 км. Оказалось, что свет даже самой яркой звезды виден только в том случае, если проходит не больше 200 км через атмосферу. На какой минимальной высоте над горизонтом можно наблюдать такую звезду? Изменением параметров атмосферы с высотой пренебречь.

Решение:

Рассмотрим $\triangle COL$ (центр планеты — наблюдатель — точка выхода из атмосферы предельного луча зрения), в нем известны все стороны. Запишем теорему косинусов и определим угол LOC .



$$LC^2 = LO^2 + OC^2 - 2 \cdot LO \cdot OC \cdot \cos LOC \Rightarrow \cos LOC = \frac{LO^2 + OC^2 - LC^2}{2 \cdot LO \cdot OC},$$

$$\cos LOC = \frac{200^2 + 3000^2 - 3100^2}{2 \cdot 200 \cdot 3000} = -0.475 \Rightarrow LOC = 118^\circ.$$

Заметим, что данный угол равен сумме астрономической высоты и угла между радиусом и математическим горизонтом (90°), откуда предельная высота составит 28° .

Оценивание:

- Рисунок или описание, верно отражающее связь высоты над горизонтом и длины пути света через атмосферу2
- Запись теоремы косинусов или аналогичного верного соотношения между радиусом планеты, высотой атмосферы, длиной пути света через атмосферу4
- Верная подстановка численных данных1
- Вычисление верного ответа1

Участник также может воспользоваться «приближением плоской атмосферы», считая планету плоской и бесконечной, а атмосферу над ней — плоскопараллельным слоем. В этом случае решение существенно упрощается и участник должен получить ответ, равный 30° . В этом случае при получении такого (и только такого) ответа все решение оценивается **4 баллами**.

3. Первая звезда вдвое больше второй по радиусу, вдвое холоднее второй и расположена к наблюдателю вдвое ближе, чем вторая. Чему равна разность видимых звездных величин таких звезд?

Решение:

Введем обозначения: у первой звезды радиус равен $2R$, температура равна T , расстояние равно r ; у второй звезды радиус равен R , температура равна $2T$, расстояние равно $2r$.

Запишем формулу Погсона для видимых звездных величин и освещенностей:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \lg \frac{E_1}{E_2} = -2.5 \lg \frac{\frac{L_1}{4\pi r_1^2}}{\frac{L_2}{4\pi r_2^2}} = -2.5 \lg \frac{L_1}{L_2} + 5 \lg \frac{r_1}{r_2}$$

Светимость объекта выразим через радиус и температуру: $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$. Отношение светимостей составит

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{(2R)^2}{R^2} \cdot \frac{T^4}{(2T)^4} = \frac{1}{4}.$$

Тогда разность звездных величин составит

$$m_1 - m_2 = -2.5 \lg \frac{1}{4} + 5 \lg \frac{1}{2} = 0,$$

т.е. звезды будут иметь одинаковый блеск на небе.

Оценивание:

- Запись закона Стефана-Больцмана для светимости, радиуса и температуры звезды. Достаточно указать пропорциональность $L \propto R^2 T^4$ 3
- Запись формулы связи освещенности, светимости и расстояния — 2
- Вычисление отношения светимостей, явное или с подстановкой в формулу для освещенности/формулу Погсона для видимых звездных величин 1
- Запись формулы Погсона для разности видимых звездных величин или запись отношения освещенностей (с выводом о равенстве освещенностей)..... 1
- Вычисление верного ответа 1

4. Маленький принц живет на маленьком астероиде В-612, который вращается вокруг Солнца в плоскости эклиптики по круговой орбите с радиусом 1.5 а.е. Он хочет навестить своего друга на соседнем астероиде, который вращается на расстоянии 2.0 а.е. от Солнца, также по круговой орбите и также в плоскости эклиптики. Какое минимальное время в земных днях может уйти у Маленького принца на такое путешествие, если он перемещается с одного астероида на другой по дуге Гомановского эллипса, касающегося обеих орбит астероидов?

Решение:

Поскольку Гомановский эллипс должен касаться обеих орбит астероидов, его большая полуось a выражается как

$$a = \frac{R_1 + R_2}{2} = \frac{1.5 + 2}{2} = 1.75 \text{ а.е.}$$

Поскольку перелет происходит в Солнечной системе, то период обращения по эллиптической орбите T , выраженный в годах, и большая полуось, выраженная в астрономических единицах, связаны III законом Кеплера $T^2 = a^3$.

Отсюда период обращения по Гомановскому эллипсу $T = 1.75^{3/2} \approx 2.32$ года. Движение от перигелия эллиптической орбиты (находящегося на орбите астероида Маленького принца) до афелия (находящегося на орбите астероида друга) занимает половину орбитального периода, причем это минимально необходимое для такого перелета время.

Тогда время полета составляет $T/2 = 1.16$ года или примерно 424 дня.

Оценивание:

- Понимание того, как выглядит гомановский эллипс..... 2
- Вычисление большой полуоси для него 1
- Вычисление периода обращения по такому эллипсу 2
- Понимание того, что на перелет занимает половину периода обращения 1
- Вычисление времени перелета в земных сутках 2
- Если ответ указан не в сутках..... 1

5. Небольшое звездное скопление состоит из 50 звезд со светимостью, равной светимости Солнца, 100 звезд со светимостью 0.7 светимости Солнца, и 20 звезд со светимостью 1.5 светимости Солнца. Чему равна видимая звездная величина такого скопления при наблюдении его с расстояния 900 парсек? Межзвездным поглощением пренебречь. Абсолютная звездная величина Солнца равна $+4^m.8$.

Решение:

Полная светимость скопления равна $L = 100 \cdot 0.7L_{\odot} + 50 \cdot 1L_{\odot} + 20 \cdot 1.5L_{\odot} = 150L_{\odot}$. Далее оценим абсолютную звездную величину скопления, сопоставив его с Солнцем по формуле Погсона:

$$M - M_{\odot} = -2.5 \lg \frac{L}{L_{\odot}} \Rightarrow M = 4^m.8 - 2.5 \lg 150 = -0^m.64.$$

Видимая звездная величина связана с абсолютной величиной и расстоянием посредством соотношения

$$m = M - 5 + 5 \lg r,$$

где расстояние r выражено в парсеках. В таком случае получаем значение видимой звездной величины:

$$m = -0.64 - 5 + 5 \lg 900 = 9^{m.1}.$$

Оценивание:

- Вычисление полной светимости скопления 2
- Связь абсолютной звездной величины со светимостью..... 2
- Вычисление верного значения абсолютной звездной величины скопления..... 1
- Запись связи видимой звездной величины с абсолютной и с расстоянием 2
- Верное вычисление видимой звездной величины..... 1

Участники могут действовать иначе, по данным о светимости и расстоянии оценить создаваемую скоплением освещенность, сопоставить ее с освещенностью от Солнца на Земле и затем по формуле Погсона вычислить видимую звездную величину. Такой подход также верен.