

**Ключи и критерии оценивания к заданиям муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников по астрономии
2025/2026 учебного года
11 класс**

Сопроводительное примечание

Если не указано иного, считайте, что участник получил корректное численное значение для задачи, если оно отличается не более, чем на 10% от оригинального. Так, если ответ 100 кг, то допускается ответ в пределах $100 \cdot 0,1 = 10$ кг, то есть (100 ± 10) кг или, другими словами, от 90 кг до 110 кг.

Участник может совершить арифметическую ошибку. В этом случае ошибка засчитывается только один раз. Если дальше участник использует значение, полученное с арифметической ошибкой, но при этом сам расчет проведен с учетом этой ошибки корректно, то считать значение корректным. Так, если участник получил

$$y = 5 \cdot 3 = 20$$

считаем значение y полученным с арифметической ошибкой. В то же время

$$x = 3y = 3 \cdot 20 = 60$$

уже не является арифметической ошибкой и за нахождение x засчитывается полный балл при условии корректности формулы для x .

К некоторым задачам могут идти примечания, сформулированные как непосредственно при каком-то критерии оценивания, так и после всех критериев.

Участник может предложить иной способ решения для любого задания. При условии корректности его физического содержания, для оценивания участника может быть составлена индивидуальная система оценивания, для которой максимальный балл за задачу не будет превышать исходный. В этом случае оцениваться должен не только конечный ответ, но и то, насколько детально участник объяснил сам метод и какие моменты своего объяснения он мог пропустить. Также в примечаниях могут быть сформулированы особые требования к оцениванию решений, непредусмотренных авторами.

Если в задаче присутствует чёткое требование, в каких единицах измерения необходимо привести ответ, то в случае, если ответ приводится не в тех единицах, при условии правильности формулы участнику засчитывается арифметическая ошибка.

1 задание: Кто старое помянет... (8 баллов)

В таблице вам предложены 8 событий в истории астрономии.

А. Событие под каким номером произошло позже всех нижеперечисленных?

Б. Событие под каким номером произошло раньше всех нижеперечисленных?

В. Расположите номера всех событий в хронологическом порядке, от самого раннего до самого позднего, и приведите в виде строки из 8 чисел.

№	Событие
1	Открытие законов Кеплера
2	Создание первой фотографии Солнца Луи Физо и Леоном Фуко
3	Запуск космического телескопа имени Хаббла
4	Создание первого телескопа Галилео Галилеем
5	Создание первой фотографии солнечного спектра Генри Дрейпером
6	Открытие Урана Уильямом Гершелем
7	Создание первого радиотелескопа Гроутом Ребером
8	Создание классической механики Исааком Ньютоном

Решение

А. Запуск космического телескопа имени Хаббла, стоивший около 6 млрд долларов, компиляции большого числа технологий и коллаборации огромного числа ученых, инженеров и конструкторов, появился явно позже всех остальных событий

Б. Создание первого телескопа Галилео Галилеем и последующие телескопические наблюдения Луны, планет и их спутников - одно из ключевых событий XVII века, пошатнувших геоцентрическую систему мира, что господствовала столетиями. Астрономия невозможна без наблюдений, и Галилео впервые сделал эти наблюдения "вооруженными".

В. Расположим события 3 и 4 в строку из 8 ячеек:

4							3
---	--	--	--	--	--	--	---

Открытие Урана (6) не могло произойти до ньютоновской механики (8), а для её создания Ньютон опирался на труды Кеплера (1), который, в свою очередь, уже использовал некоторые телескопические наблюдения (4):

4	1	8	6				3
---	---	---	---	--	--	--	---

Радионаблюдения (7) появились позже спектрального анализа (5), а он - позже фотографии самого Солнца (2):

4	1	8	6	2	5	7	3
---	---	---	---	---	---	---	---

В таблице ниже, в качестве справочной информации, приведен год соответствующего события.

Событие	Год
Создание первого телескопа Галилео Галилеем	1609
Открытие законов Кеплера	1619
Создание классической механики Исааком Ньютоном	1687
Открытие Урана Уильямом Гершелем	1781
Создание первой фотографии Солнца Луи Физо и Леоном Фуко	1845
Создание первой фотографии солнечного спектра Генри Дрейпером	1873
Создание первого радиотелескопа Гроутом Ребером	1937
Запуск космического телескопа имени Хаббла	1990

Ответ:

А. 3

Б. 4

В. 41862573

Критерии оценивания

№	Содержание	Балл
А	Участник привел в решении правильный ответ (4, запуск космического телескопа)	2
Б	Участник привел в решении правильный ответ (3, создание первого телескопа)	2
В	Участник привел в решении правильный ответ (41862573)	4
Итого		8

Оценка пункта В в случае неверной последовательности:

В строчке из 8 чисел, написанных участником, подсчитывается количество **N** присутствующих в строке позиций из таблицы ниже, Например, позиция 4..3 присутствует в строке, если в ней 4 находится **строго левее**, чем 3. (в 41235678 есть, в 31245678 нет).

Позиции			
4..3	1..3	8..7	6..2
4..7	1..7	8..5	2..3
4..5	1..5	8..2	2..7
4..2	1..2	8..6	2..5
4..6	1..6	6..3	5..3
4..8	1..8	6..7	5..7
4..1	8..3	6..5	7..3

Количество баллов за третий критерий равно полученному количеству позиций **N**, деленному нацело (без остатка) на 7.

Пример: участник указал строку 14682753. В ней находятся 25 из 28 позиций (выделены жирным в таблице ниже). Значит, участник получает $25 // 7 = 3$ балла за третий критерий. (и не получает двух баллов за второй, т. к. он написал Б. 1)

Позиции			
4..3	1..3	8..7	6..2
4..7	1..7	8..5	2..3
4..5	1..5	8..2	2..7
4..2	1..2	8..6	2..5
4..6	1..6	6..3	5..3
4..8	1..8	6..7	5..7
4..1	8..3	6..5	7..3

2 задание: Математическая система (8 баллов)

Вокруг далёкой звезды обращается одна землеподобная экзопланета. Известно, что радиус её орбиты составляет π а.е., а десятичный логарифм (логарифм по основанию 10) отношения массы звезды к массе Солнца равен 1. Найдите период обращения планеты вокруг звезды.

Решение

А. Для нахождения периода обращения экзопланеты вокруг звезды воспользуемся обобщенным (уточненным) третьим законом Кеплера. Закон утверждает, что квадраты периодов обращения T объектов массы m вокруг других объектов массы M относятся, как кубы больших полуосей их орбит a и обратно пропорциональны сумме масс системы,

$$\frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{a_1^3} = \frac{T_2^2(M_2 + m_2)}{a_2^3}.$$

Причем, в отличие от упрощенного третьего закона Кеплера, этот закон справедлив для любых двух произвольных систем.

Также участник мог использовать обобщенный третий закон Кеплера в другой форме, через константу,

$$\frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{a_1^3} = \frac{4\pi^2}{G} = \text{const}$$

где G – универсальная гравитационная постоянная.

Б. Поскольку по условию задачи $\log_{10} \frac{M_s}{M_\odot} = 1$, то по свойствам логарифма

$$\frac{M_s}{M_\odot} = 10$$

то есть $M_s = 10M_\odot$. Здесь же отметим, что как масса Земли значительно меньше, чем масса Солнца ($m_\oplus \ll M_\odot$), так и масса указанной звезды существенно больше массы землеподобной экзопланеты m_{exo} ($m_{exo} \ll M_s$), а значит $M_\odot + m_\oplus \approx M_\odot$ и $M_s + m_{exo} \approx M_s$.

В. Запишем этот закон для Земли в солнечной системе и для системы, рассматриваемой в задаче. В относительных единицах, где за единицы измерения приняты параметры Земли и Солнца (1 астрономическая единица, 1 год и 1 масса Солнца $M_\odot$), этот закон записывается в виде:

$$\frac{T_{exo}^2 M_s}{a_{exo}^3} = 1 \frac{\text{год}^2 \cdot M_\odot}{\text{а.е.}}$$

где T_{exo} – орбитальный период экзопланеты, a_{exo} – большая полуось экзопланеты, а M_s – масса звезды. Однако мы знаем, что $a = \pi$ а.е. Тогда из уточненного третьего закона Кеплера:

$$T_{exo} = \sqrt{\frac{a^3}{M_s}} = \sqrt{\frac{\pi^3}{10}} \approx 1,76 \text{ лет.}$$

Критерии оценивания

№	Содержание	Балл
А	Найдена масса звезды (допустимо в массах Солнца) или выражение для неё вида $M = 10M_{\odot}$.	2
Б	Записан третий обобщённый закон Кеплера (в любой форме).	3
В	Найдено выражение для периода обращения системы и посчитан ответ.	3
Итого		8

3 задание: Лунный Хаббл (8 баллов)

Телескоп Хаббл обращается вокруг Земли на высоте 545 км. Диаметр его зеркала составляет 2,4 м. Считая, что Хаббл делает снимки в видимом диапазоне излучения,

А. Оцените наименьшее возможное расстояние между телескопом и поверхностью Луны. Ответ дайте в км;

Б. Оцените угловое разрешение телескопа;

В. Определите, сможет ли Хаббл разрешить модуль миссии Аполлон на поверхности Луны, как протяженный объект?

Решение

А. Наименьшее расстояние будет тогда, когда Земля-Хаббл-Луна будут находиться на одной линии именно в таком порядке (Хаббл между Землёй и Луной). Предложим несколько приближений оценки наименьшего расстояния между телескопом и поверхностью Луны

- [Очень грубый] Берём, как среднее расстояние между центрами Земли и Луны R_D в приближении круговой орбиты Луны, $R_D = 384400$ км
- [Грубый] Берём, как наименьшее расстояние между центрами Земли и Луны (перигей орбиты Луны, есть в справочных материалах), $R_M = 356410$ км.
- [Достаточно точный] Учтем, что мы наблюдаем не из центров планет, а хотя бы с их поверхностей, $R_C = R_M - R_{\oplus} - R_{\text{Луны}} = 356410 \text{ км} - 6380 \text{ км} - 1740 \text{ км} = 348290 \text{ км}$
- [Весьма точный] Учтем также, что Хаббл снимает не с поверхности Земли, а с орбиты, $R_{MC} = R_C - 550 \text{ км} = 347740 \text{ км}$

С другой стороны, все эти приближения несильно изменяют само расстояние от телескопа до поверхности Луны (они на два порядка меньше по величине), потому для оценки можно использовать и очень грубое значение.

Б. Для определения возможности разрешения модуля на Луне используем критерий Рэлея для углового разрешения телескопа:

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D},$$

где D – диаметр телескопа λ – длина волны. Поскольку Хаббл делает снимок в видимом диапазоне излучения, то для оценки можно взять длину волны из интервала от 400 нм до 700 нм. Проведем оценку для середины этого диапазона – 550 нм. Вычислим угловое разрешение телескопа Хаббл:

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D} = 1,22 \frac{550 \cdot 10^{-9}}{2,4} = \underline{2,8 \cdot 10^{-7} \text{ рад} = 0.058''}$$

В. Минимальный размер объекта на поверхности Луны, который можно разрешить, как протяжённый, равен

$$d = L \cdot \theta = 3,5 \cdot 10^8 \cdot 2,8 \cdot 10^{-7} \approx \underline{100 \text{ м}}$$

Полученный минимальный размер необходимый для того, чтобы разрешить что-либо, как протяженный объект, больше любого лунного модуля, размеры которых составляют около 4-5 метров. Таким образом, Хаббл не сможет различить лунный модуль миссии Аполлон.

Альтернативно, можно посчитать максимальное расстояние L' , с которого объект ещё будет различаться, как протяженный,

$$d = L' \cdot \theta \Rightarrow L' = \frac{d}{\theta} = \frac{5}{2,8 \cdot 10^{-7}} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ м}$$

Поскольку $L' < L$ ($1,8 \cdot 10^7 \text{ м} < 35 \cdot 10^7 \text{ м}$), то есть мы находимся на большем расстоянии, чем максимально допустимое, то мы не должны увидеть модуль.

Критерии оценивания

№	Содержание	Балл
А	Указано расстояние от Хаббла до поверхности Луны. Если оценка получена грубо или очень грубо (см решение), то выставляется полный балл только при условии объяснения ненужности большей точности. В противном случае выставляется 0 баллов. Если участник учитывает радиусы Земли и Луны при расчете расстояния, но берет $R = 384400$ км, то такую оценку также относить к очень грубой.	2
Б	Приведена формула для разрешающей способности телескопа.	1
	Взята длина волны из видимого диапазона (от 400 до 700 нм).	1
	Вычислено предельное угловое разрешение телескопа.	1
В	Найден минимальный размер разрешаемого объекта на поверхности Луны; ИЛИ Найдено максимальное расстояние, с которого объект ещё можно различить, как протяженный.	2
	Заклучено, что разрешить модуль миссии Аполлон не получится.	1
Итого		8

4 задание: Тектоник (8 баллов)

Из-за движения тектонических плит обсерватория, находящаяся в северном полушарии, смещается на север со скоростью 4 см в год.

А. Определите, увеличивается или уменьшается широта наблюдателя? Чему равна скорость изменения широты? Ответ дать в миллисекундах дуги в век.

Б. С какой скоростью меняется модуль высоты верхней кульминации очень далекой галактики, наблюдаемой из этой обсерватории? Ответ дать в миллисекундах дуги в век.

В. Можно ли с уверенностью сказать, уменьшается или увеличивается высота верхней кульминации? Объясните свой ответ.

Решение.

А. Поскольку обсерватория находится в северном полушарии и движется на север, широта наблюдателя положительная и увеличивается. Найдём скорость изменения широты. Мы можем рассматривать движение обсерватории на

тектонической плите, как равномерное вращение обсерватории вокруг Земли со скоростью движения тектонической плиты. Значит, скорость изменения широты (угловая скорость) может быть выражена через линейную скорость, как

$$\mu = \frac{v}{R_{\oplus}} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{6.378 \cdot 10^6} = 6.3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{рад}}{\text{год}}$$

где v – это скорость движения тектонической плиты, а $R_{\oplus}$ – радиус Земли.

Б. Высота верхней кульминации определяется, как

$$h_{\uparrow} = 90 - |\varphi - \delta|,$$

или, поскольку нас интересует модуль высоты верхней кульминации

$$|h_{\uparrow}| = |90 - |\varphi - \delta||$$

В силу того, что наблюдаемая галактика – очень далёкая, её собственное движение должно быть малым, а значит склонение не изменяется на больших интервалах времени. Получается, что высота верхней кульминации может изменяться только из-за изменений широты местности, причем изменяя широту на величину x , у нас и высота изменится на ту же величину x . Тогда скорость изменения модуля высоты верхней кульминации η должен быть равен скорости изменения модуля широты,

$$\eta = \mu = 6.3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{рад}}{\text{год}}$$

В. При кульминации квазара к северу от зенита, формула верхней кульминации выглядит следующим образом: $h = 90 - \delta + \varphi$, и при увеличении широты φ высота будет увеличиваться. А если кульминация проходит к югу от зенита, то формула принимает вид $h = 90 + \delta - \varphi$, и при увеличении широты высота будет уменьшаться. Поскольку в задаче не даны ни начальная широта, ни склонение квазара, высота верхней кульминации может как уменьшаться, так и увеличиваться.

Критерии оценивания

№	Содержание	Балл
А	Приведена формула для скорости изменения широты	2
	Получен правильное численное значение скорости изменения широты	1
Б	Приведена формула верхней кульминации объекта. <i>Важно, что должен либо присутствовать модуль, либо должно быть указание на то, к какой части света (к северу или к югу) склоняется объект. Иначе выставляется 1 балл.</i>	2

	Сделано замечание, что в силу удалённости галактики, склонение слабо меняется на больших интервалах времени	1
	Указано, что скорость изменения широты — это скорость изменения высоты верхней кульминации	1
В	Указано, что высота может как уменьшаться, так и увеличиваться.	1
Итого		8

5 задание: Перехваченный сигнал (8 баллов)

Во вселенной книги "Дюна" для межзвёздных перелетов использовались транспортные кольца. Последнее транспортное кольцо «Сигма» лежит в галактической плоскости с центром, совпадающим с центром Галактики. «Сигма» разгоняет корабли до скорости $V = 10000$ км/с, после чего в кольце открывается шлюз, из которого корабли вылетают, сохраняя набранную скорость по модулю и направлению. Разогнанные аппараты после вылета сразу посылают сообщение.

А. Сообщения передаются на длине волны, равной в лабораторной системе отсчета $\lambda_0 = 21,106$ см (соответствует излучению нейтрального водорода). Определите частоту излучения, на которой передаются сообщения, в лабораторной системе отсчёта. Ответ выразите в МГц.

Б. Обсерватория зафиксировала на угловом расстоянии от центра Галактики $l = 20^\circ$ излучение от корабля с частотой $\nu = 1452$ МГц. Корабль приближается или отдаляется от наблюдателя? Объясните свой ответ. Определите градусную меру угла между лучом зрения и скоростью корабля.

В. Обсерватория находится в плоскости Галактики с расстоянием от центра $R_0 = 10$ кпк. Сделайте рисунок, указав на нём транспортное кольцо, центр Галактики, обсерваторию, возможные положения корабля, угол l и направления скоростей корабля. Определите радиус R этого кольца. Ответ выразите в килопарсеках (кпк). Считайте, что обсерватория является внешней по отношению к транспортному кольцу ($R_0 > R$).

Решение

А. Переведем длину волны нейтрального водорода λ_0 в частоту ν_0 . Для света связь линейной частоты и длины волны

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{0,21106 \text{ м}} = \underline{1420 \text{ МГц}},$$

где $c = 2.998 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ — скорость света.

Б. Изменение частоты сигнала происходит вследствие эффекта Доплера. Частота излучения, фиксируемая обсерваторией, будет больше частоты в лабораторной системе отсчета, если корабль движется в сторону наблюдателя. В

противном случае, если бы частота была меньше, то это бы указывало на удаление корабля от обсерватории. Так как $\nu_0 < \nu$, то корабль должен приближаться к наблюдателю.

По эффекту Доплера можно найти лучевую скорость V_r , используя формулу

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{V_r}{c}$$

Откуда

$$V_r = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c = \frac{1452\text{МГц} - 1420\text{МГц}}{1420\text{МГц}} \cdot 2.998 \cdot 10^5 \text{км/с} = 6760 \text{км/с}.$$

Как видим, проекция на луч зрения меньше заявленной скорости в условии задачи. Это означает, что корабль летит не строго в направлении наблюдателя, а под углом к лучу зрения.

Обозначим угол между скоростью и лучом зрения α . Из определения проекции ясно (см. рисунок 1), что

$$\frac{V_r}{V} = \cos \alpha \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{V_r}{V} = \arccos \frac{6760 \text{км/с}}{10000 \text{км/с}} = 47,5^\circ.$$

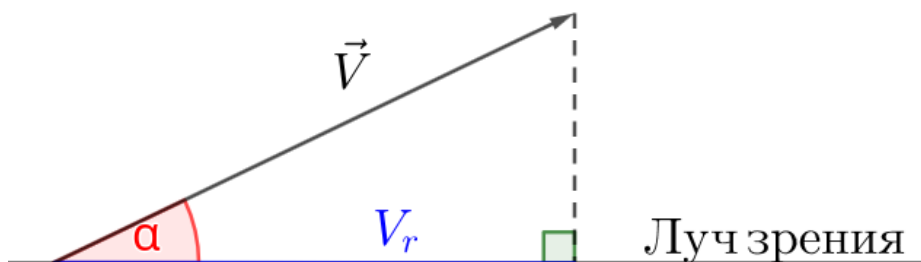


Рисунок 1. К задаче №5

В. Построим окружность транспортного кольца и отметим центр Галактики (О), нашу обсерваторию (G), два возможных положения корабля (S_1 и S_2), угловое расстояние между центром Галактики и кораблём l , а также направления скоростей корабля (см. рисунок 2). Заранее нам неизвестно, в какой точке пересечения кольца и луча зрения вышел корабль, поэтому необходимо рассмотреть два случая.

Скорость корабля направлена по касательной к окружности кольца (касательная перпендикулярна радиусу, проведённому к точке касания).

Рассмотрим два треугольника OS_1G и OS_2G (они соответствуют двум возможным положениям корабля). Из теоремы синусов для каждого треугольника запишем два соотношения:

$$\frac{OS_1}{\sin l} = \frac{OG}{\sin(90^\circ + \alpha)} \text{ для треугольника } OS_1G;$$

$\frac{OS_2}{\sin l} = \frac{OG}{\sin(90^\circ - \alpha)}$ для треугольника OS_2G .

Обратим внимания, что данные формулы полностью эквивалентны. Действительно, $OS_1 = OS_2 = R$, а из формул приведения для синусов

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha.$$

Тогда мы получаем для обоих случаев эквивалентные формулы для нахождения радиуса транспортного кольца,

$$\frac{R}{\sin l} = \frac{R_0}{\cos \alpha} \Rightarrow R = \frac{\sin l}{\cos \alpha} R_0 = \frac{\sin 20^\circ}{\cos 47,5^\circ} \cdot 10 \text{ кпк} = \frac{0,342}{0,676} \cdot 10 \text{ кпк} = \underline{5.1 \text{ кпк}}$$

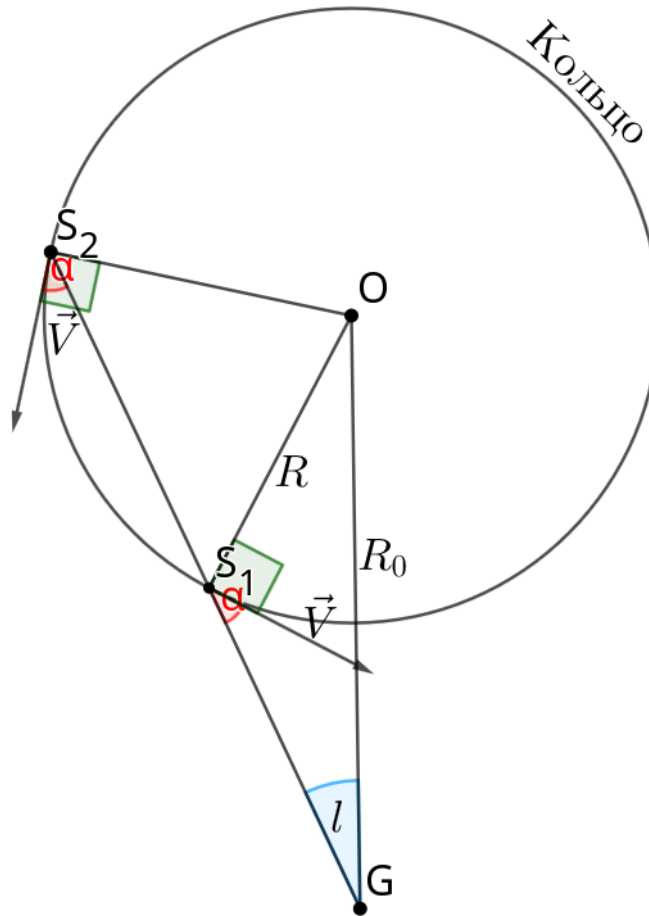


Рисунок 2. К задаче №5

Критерии оценивания

№	Содержание	Балл
А	Обосновано получен верный ответ <i>с точностью до единиц МГц</i> (приведена формула связи частоты и длины волны, сделан расчет) <u>1420 МГц</u> .	1
Б	Упомянут эффект Доплера (называть его не обязательно, допустима любая его формулировка, отражающая суть явления: наличие лучевой скорости корабля изменяет детектируемые частоты); И Правильно сделан вывод, что из увеличения наблюдаемой частоты следует, что корабль приближается к наблюдателю.	1
	Приведена формула для эффекта Доплера (частоты или длины волны). Существенно, чтобы присутствовало понимание (оно может прослеживаться по решению косвенно, не обязательно явное указание), что в формуле фигурирует не полный модуль скорости корабля V , а именно лучевая скорость (проекция полной скорости на луч зрения) V_r .	1
	Из проекции на луч зрения получен угол между скоростью корабля и лучом зрения <u>47,5°</u> (<i>соблюдена точность до градуса</i>).	1
В	Сделан верный рисунок, где подписаны все упомянутые в условии элементы: транспортное кольцо, центр Галактики, обсерватория, возможные положения корабля, угол l и направления скоростей корабля (всего 8 элементов). (ЕСЛИ отсутствует один-два элемента при, в целом, верном рисунке; ИЛИ указано только одно возможное положение корабля; ИЛИ указано неверное направление возможных скоростей корабля (например, от наблюдателя либо не по касательной к кольцу), ТО за рисунок выставляется только 1 балл). При этом, (ЕСЛИ отсутствует более двух элементов на рисунке; ИЛИ не указаны направления скоростей корабля, ТО за рисунок выставляется 0 баллов).	2
	Найден способ вычисления радиуса кольца (например, в авторском решении это теорема синусов).	1
	Обоснованно получен верный ответ <u>5,1 кпк</u> (с точностью 0,1 кпк).	1
Итого		8

6 задание: Полярное сияние погибших звезд (8 баллов)

Существуют необычные тесные двойные звезды, которые состоят из двух компонент: нормальной звезды и компактного объекта. Их необычность заключается в том, что вещество с нормальной звезды может перетекать на компактный объект, тем самым разогревая его. В качестве таких объектов могут выступать так называемые белые карлики (БК) и нейтронные звезды (НЗ). Предполагая, что массы компактных объектов одинаковы и равны $1,3$ массы Солнца ($M_{\text{БК}} = M_{\text{НЗ}} = 1,3M_{\odot}$), радиус белого карлика равен радиусу Земли ($R_{\text{БК}} = R_{\oplus}$), а радиус нейтронной звезды равен 10 км ($R_{\text{НЗ}} = 10\text{км}$), дайте ответ на следующие вопросы:

А. Малый элемент вещества массы $\Delta m = 1\text{кг}$ находится на очень большом расстоянии от компактного объекта и покоится относительно него. В какой-то момент из состояния покоя этот элемент начинает падать на объект. На поверхность какого из объектов элемент упадет с большей кинетической энергией: на белый карлик или на нейтронную звезду? Объясните свой ответ. Определите кинетическую энергию в обоих случаях.

Б. На компактный объект каждую секунду приходит большое количество малых элементов вещества: суммарно за секунду на компактный объект падает 10^{14} кг. Эту величину будем называть притоком вещества (J), тогда $J = \Delta m / \Delta t = 10^{14}$ кг/с. Предположим, что вся кинетическая энергия вещества при ударе о поверхность переходит в энергию излучения. Оцените для белого карлика и нейтронной звезды мощность выделяющегося излучения (светимость), связанную с падением вещества. Ответ дайте в единицах светимости Солнца $L_{\odot}$.

В. Вещество падает на компактный объект не сферически симметрично, а стекает только на полярные области объекта. Общая площадь полярных областей $S_{\text{пол}}$ составляет $0,1$ от всей площади объекта $S_{\text{пов}}$ ($S_{\text{пол}} = 0,1S_{\text{пов}}$). Оцените температуру излучения вблизи поверхности полярных областей.

Решение:

А.

1. Рассмотрим малый элемент массы Δm , который начинает своё падение с расстояния r из состояния покоя на компактный объект массы M и радиуса R . Модуль силы, действующей на элемент массы и находящийся на расстоянии r от центра компактного объекта, можно определить из закона всемирного тяготения: $F_{\text{гп}} = \frac{GM\Delta m}{r^2}$. Сила, действующая на элемент массы, направлена к центру компактного объекта. Обратим внимание, что поскольку массы элементарных элементов и компактных объектов одинаковы, то при равном расстоянии сила будет одинаковой. В то же время, путь, который нужно будет пройти элементам массы, разный, так как размеры объектов разные, а значит и расстояние до поверхности объектов разное. На белый карлик элемент упадет раньше, чем на нейтронную звезду, тогда у нейтронной звезды будет больше времени на разгон вещества.

2. Гравитационная потенциальная энергия сферически распределённой массы и малого элемента вещества Δm :

$$U_{\text{гр}}(r) = \frac{-GM\Delta m}{r}.$$

Запишем закон сохранения энергии для объекта и элемента массы, где в начальный момент времени расстояние равно r , а в конечный момент времени расстояние равно радиусу объекта (от центра объекта до поверхности, на которую падает элемент):

$$E_{\text{кин}} + U_{\text{гр}}(R) = U_{\text{гр}}(r),$$

$$E_{\text{кин}} - \frac{GM\Delta m}{R} = -\frac{GM\Delta m}{r}.$$

Поскольку по условию расстояние до элемента очень большое, а объекты компактные ($r \gg R$), то правой частью в уравнении можно пренебречь. Тогда

$$E_{\text{кин}} = \frac{GM\Delta m}{R}$$

Для белого карлика и нейтронной звезды подставим соответствующие радиусы:

$$E_{\text{БК}} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} 1,3 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot 1 \text{ кг}}{6,4 \cdot 10^6 \text{ м}} = \underline{2,7 \cdot 10^{13} \text{ Дж}};$$

$$E_{\text{НЗ}} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} 1,3 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot 1 \text{ кг}}{10^4 \text{ м}} = \underline{1,7 \cdot 10^{16} \text{ Дж}}.$$

Б. Светимости (мощности выделяющегося излучения) – это энергия, которая высвечивается за промежуток времени Δt . Тогда по определению имеем

$$L = \frac{E_{\text{изл}}}{\Delta t}$$

Также по условию задачи вся кинетическая энергия переходит в энергию излучения ($E_{\text{кин}} = E_{\text{изл}}$), а значит, учитывая найденное выражение для кинетической энергии в пункте «А», получим

$$L = \frac{E_{\text{изл}}}{\Delta t} = \frac{E_{\text{кин}}}{\Delta t} = \frac{GM}{R} \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{GM}{R} J.$$

Подставим числа для двух объектов, разделив на светимость Солнца ($L_{\odot} = 3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$):

$$\frac{L_{\text{БК}}}{L_{\odot}} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} 1,3 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot 10^{14} \text{ кг/с}}{6,4 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot 3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}} = \frac{2,7 \cdot 10^{27} \text{ Вт}}{3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}} = 7,1;$$

$$\frac{L_{\text{НЗ}}}{L_{\odot}} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} 1,3 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot 10^{14} \text{ кг/с}}{10^4 \text{ м} \cdot 3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}} =$$

$$\frac{1,7 \cdot 10^{30} \text{ Вт}}{3,8 \cdot 10^{26} \text{ Вт}} = \underline{4,5 \cdot 10^3}.$$

В. Определим светимость L на полярных шапках (см рисунок 1) площадью $S_{\text{пол}}$ и температурой T из закона Стефана-Больцмана:

$$L = S_{\text{пол}} \sigma T^4 = 4\pi R^2 \varepsilon \sigma T^4,$$

где

$$S_{\text{пол}} = S_{\text{пов}} \varepsilon = 4\pi R^2 \varepsilon$$

Таким образом, учитывая полученную нами связь светимости и притока массы из пункта «Б», получим

$$\frac{GMJ}{R} = 4\pi R^2 \varepsilon \sigma T^4$$

Определим из данного выражения температуру. Получим

$$T = \left(\frac{GMJ}{4\pi R^3 \varepsilon \sigma} \right)^{1/4}.$$

Найдем её значения для белого карлика и нейтронной звезды:

$$T_{\text{БК}} = \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} 1,3 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot 10^{14} \text{ кг/с}}{4 \cdot 3,14 \cdot (6,4 \cdot 10^6 \text{ м})^3 \cdot 0,1 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}} \right)^{1/4} = \underline{1,7 \cdot 10^5 \text{ К}};$$

$$T_{\text{НЗ}} = \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} 1,3 \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot 10^{14} \text{ кг/с}}{4 \cdot 3,14 \cdot (10^4 \text{ м})^3 \cdot 0,1 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}} \right)^{1/4} = \underline{2,2 \cdot 10^7 \text{ К}}.$$

Как видно, чем глубже «потенциальная яма», в которую падает вещество, тем до больших температур оно разогревается. Интересно, что по закону смещения Вина, чем горячее объект, тем он более «синий». Настолько горячие полярные области, конечно, будет проблематично увидеть в видимом спектре излучения. Поэтому падение вещества на белые карлики исследуется в ультрафиолетовом спектре излучения, а падение вещества на нейтронные звезды исследуется уже на рентгеновских обсерваториях.

Также у участника мог возникнуть вопрос, в связи с чем вещество падает не на всю звезду равномерно, а именно на полярные области? Это связано с тем, что белые карлики и нейтронные звезды обладают сильным магнитным полем (см. рисунок 1). Магнитное поле захватывает вещество, которое начинает двигаться вдоль магнитных линий. Это можно представить себе, как большой полосовой магнит, к полюсам которого притягивается вещество вдоль магнитных линий.

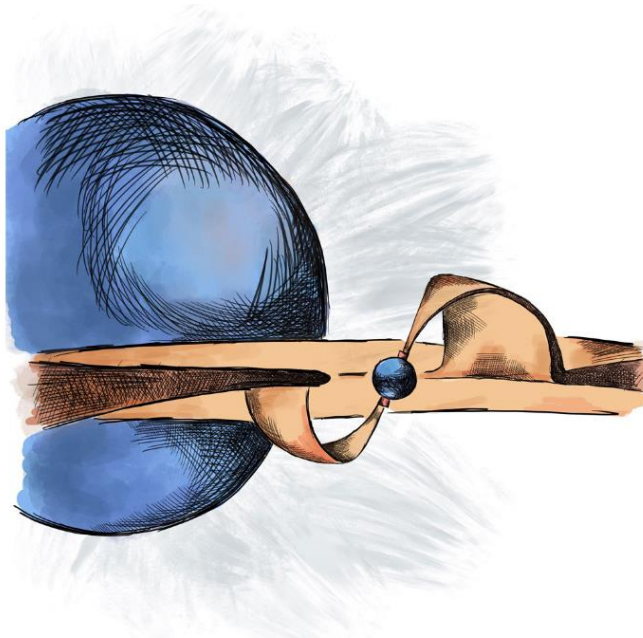


Рисунок 1. Иллюстрация к падению вещества на компактный объект (из работы Tsygankov et al, 2022b, ApJL, 941, L14).

Критерии оценивания

№	Критерий	Баллы
А	Приведены качественные рассуждения, приводящие участника к выводу, что нейтронная звезда разгонит вещество до большей кинетической энергии (рассуждения могут быть любыми, главное, чтобы они были логически обоснованными и не противоречили физическим законам).	1
	Участник значительно продвинулся по данному пункту задачи, на что указывает выполнение хотя бы двух пунктов: • явно или косвенно упомянут закон сохранения энергии; • явно или косвенно фигурирует выражение для гравитационной энергии; • сделана догадка, что потенциальная энергия в начальной момент времени падения вещества пренебрежимо мала.	1
	Обоснованно получено два верных ответа для кинетических энергий элемента массы в случае белого карлика $2,7 \cdot 10^{13}$ Дж и нейтронной звезды $1,7 \cdot 10^{16}$ Дж	1
Б	Участник смог определить светимость L через величину J (скорость выпадения массы) для нахождения мощности выпадающей кинетической энергии, $L = \frac{GM}{R} J$	1
	Обоснованно получено два верных ответа для мощности излучения в единицах светимости Солнца в случае белого карлика $7,1 L_{\odot}$ и нейтронной звезды $4,5 \cdot 10^3 L_{\odot}$.	1

В	Явно или косвенно фигурирует выражения для закона Стефана-Больцмана с четвёртой степенью температуры (может использоваться полная поверхность звезды без учета уменьшения излучаемой площади) $L = \sigma T^4 \text{ или } L = S_{\text{пов}} \sigma T^4$	1
	Учтено условие, что излучение высвечивается не с полной поверхности, а эффективная площадь уменьшается	1
	Обоснованно получено два верных ответа для мощности излучения в единицах светимости Солнца в случае белого карлика $1,7 \cdot 10^7$ К и нейтронной звезды $2,2 \cdot 10^7$ К	1
Итого		8

Примечание

Допускается, что участник мог предложить другое решение данной задачи. В этом случае численные значения, проверяемые в задаче, могут отличаться от авторских до 3-х раз. При физической обоснованности ответа участника, считать такое решение также правильным. Так, например, если ответ 100 кг, то допускается получить ответ в интервале от $\frac{100}{3} \approx 33.3$ кг до $100 \cdot 3 = 300$ кг.

В критерии часто выставляется один балл при получении оценки сразу для двух объектов. Учитывать, что совершена арифметическая ошибка, только если сразу для двух объектов была совершена арифметическая ошибка. Если один из объектов рассчитан правильно, а второй нет, то не считать это арифметической ошибкой.