

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

11 класс

11.1. Масса Солнца

Средняя угловая скорость движения Земли по орбите равна $0^{\circ},98$ в сутки. Вычислите массу Солнца в килограммах и массах Земли.

Радиус орбиты Земли: $a_{\oplus} = 1,0000$ а.е.,

радиус Земли $R_{\oplus} = 6378,1$ км,

$g_{\oplus} = 9,8067$ м/с²,

$G = 6,672 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг²,

астрономическая единица: $1 \text{ а.е.} = 1,496 \cdot 10^8$ км.

Решение

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M+m)}, \quad (2 \text{ балла})$$

$$M_{\odot} \gg m_{\oplus}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad M_{\odot} = \frac{\omega^2 a_{\oplus}^3}{G}, \quad (1 \text{ балл})$$

$$M_{\odot} = \frac{\left(\frac{3,14(1^{\circ}/180^{\circ})}{24 \cdot 60 \cdot 60} \right)^2 (1,496 \cdot 10^{11})^3}{6,672 \cdot 10^{-11}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}. \quad (2 \text{ балла})$$

$$F = G \frac{mM}{R^2} = mg, \quad g_{\oplus} = G \frac{m_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}, \quad G = \frac{g_{\oplus} R_{\oplus}^2}{m_{\oplus}} \quad (1 \text{ балл})$$

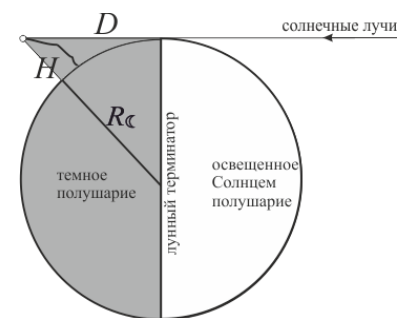
$$M_{\odot} = \frac{\omega^2 a_{\oplus}^2}{g_{\oplus} R_{\oplus}^2} m_{\oplus}, \quad (1 \text{ балл})$$

$$M_{\odot} = \frac{\left(\frac{3,14(0^{\circ},98/180^{\circ})}{24 \cdot 60 \cdot 60} \right)^2 (1,496 \cdot 10^{11})^3}{9,8067 \cdot (6,3781 \cdot 10^6)^2} m_{\oplus} = 330\,000 m_{\oplus}. \quad (1 \text{ балл})$$

11.2. Горы на Луне

Вершина горы на Луне, расположенная на неосвещенном полушарии на некотором расстоянии D от терминатора (см. рис.), освещается Солнцем раньше, чем подножие горы и видна как светлая точка на фоне темного полушария. Определите высоту горы на Луне, если освещенный пик горы находится на расстоянии 166 км от терминатора.

Радиус Луны $R_{\zeta} = 1738$ км.



Решение

$$(R_{\zeta} + H)^2 = R_{\zeta}^2 + D^2, \quad (2 \text{ балла})$$

$$R_{\zeta}^2 \left(1 + \frac{H}{R_{\zeta}} \right)^2 = R_{\zeta}^2 + D^2, \quad H \ll R_{\zeta}, \quad \frac{H}{R_{\zeta}} \ll 1.$$

Используя формулы приближенного вычисления, $(1+x)^n \approx 1+nx$, при $x \ll 1$,

$$H \approx \frac{D^2}{2R_{\zeta}} \quad (4 \text{ балла})$$

Примечание. Определение высоты через решение квадратного уравнения так же оценивается указанными 4-мя баллами.

$$H = 7,9 \text{ км.} \quad (2 \text{ балла})$$

11.3. Сириус

Спутник Сириуса (α Большого Пса) обращается вокруг него за 50 лет по орбите с большой полуосью в $a'' = 7'',57$. Определить массы компонентов двойной звезды, Сириуса и его спутника (в массах Солнца), если отношение расстояний обеих звезд от их общего центра масс составляет $7 : 3$, а параллакс равен $\pi'' = 0'',377$.

Решение

$$\text{Большая полуось орбиты спутника } a = \frac{a''}{\pi''}, \quad a = \frac{7'',57}{0'',377} = 20,1 \text{ а.е.} \quad (2 \text{ балла})$$

$$\frac{m_1 + m_2}{M_\odot} = \frac{a^3}{T^2}. \quad (3 \text{ балла})$$

$$m_1 + m_2 = \frac{a^3}{T^2} M_\odot, \quad m_1 + m_2 = \frac{20,1^3}{50^2} M_\odot = 3,2 M_\odot, \quad (1 \text{ балл})$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}, \quad \frac{a_2}{a_1} = \frac{7}{3}, \quad m_2 = \frac{3}{7} m_1. \quad (1 \text{ балл})$$

$$\frac{10}{7} m_1 = 3,2 M_\odot, \quad m_1 = 2,3 M_\odot, \quad m_2 = 0,9 M_\odot. \quad (1 \text{ балл})$$

11.4. Орбита Земли

Диаметр солнечного диска, видимый с Земли, меняется в пределах от $31'27''$ (4 июля) до $32'31''$ (3 января). Определите эксцентриситет земной орбиты, перигелийное и афелийное расстояния Земли (в а.е.). Укажите даты прохождения Землей перигелия и афелия.

Большая полуось орбиты Земли: $a_\oplus = 1,0000$ а.е.

Решение

Наибольшее значение видимого с Земли (углового) диаметра солнечного диска $d_{\max}$ соответствует прохождению планетой перигелия 3 января ($r = q$), а наименьшее $d_{\min}$ – афелия 4 июля ($r = Q$).

$$q = a(1 - e), \quad Q = a(1 + e). \quad (2 \text{ балла})$$

$$\frac{d_{\min}}{d_{\max}} = \frac{q}{Q}, \quad \frac{d_{\min}}{d_{\max}} = \frac{1 - e}{1 + e}. \quad (2 \text{ балла})$$

$$\frac{1 - e}{1 + e} = \frac{1887''}{1951''} = 0,9672, \quad e = 0,0167. \quad (1 \text{ балл})$$

$$q = 0,9833 \text{ а.е.}, \quad Q = 1,0167 \text{ а.е.} \quad (1 \text{ балл})$$

11.5. Арктур и «черепаша»

Видимая звездная величина Арктура (α Волопаса) равна $+0^m,24$, а Сулафата (γ Лиры): $+3^m,30$. Какая из двух звезд наблюдается ярче и во сколько раз?

Решение

Чем меньше значение видимой звездной величины, тем звезда ощущается ярче. Арктур ярче Сулафата. (2 балла)

$$\text{Используя формулу Погсона} \quad \lg \frac{E_1}{E_2} = 0,4(m_2 - m_1), \quad (2 \text{ балла})$$

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = 0,4(3,30 - 0,24) = 1,22 \quad (2 \text{ балла})$$

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{1,22} = 17. \quad (2 \text{ балла})$$

11.6. Посадка на Марс

Космический аппарат (КА) входит под углом $z = 15^\circ$ к линии отвеса (вертикали) в нижние слои атмосферы Марса со скоростью 6 км/с и испытывает действие силы сопротивления среды, определяемой выражением $F_c = 4\rho v^2$ (в СИ, ρ – плотность атмосферы). Определите перегрузку, испытываемую научным оборудованием КА, массой 40 т.

Средняя температура у поверхности Марса 200 К, атмосферное давление 0,6 кПа, атмосфера состоит преимущественно из углекислого газа, $\mu = 44$ г/моль.

$$M_{\text{М}} = 0,10745M_{\text{З}},$$

$$R_{\text{М}} = 0,5326R_{\text{З}},$$

$$g_{\oplus} = 9,8067 \text{ м/с}^2.$$

Решение

$$ma \cos z = -mg_{\text{М}} + F_c \cos z = -mg_{\text{М}} + 4\rho v^2 \cos z, \quad (1 \text{ балл})$$

$$g_{\text{М}} = G \frac{M_{\text{М}}}{R_{\text{М}}^2} = G \frac{0,10745M_{\oplus}}{(0,5326R_{\oplus})^2} = 0,3788G \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = 0,3788g_{\oplus}, \quad (1 \text{ балл})$$

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}, \quad \rho = \frac{0,6 \cdot 10^3 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 200} = 0,016 \text{ кг/м}^3 \quad (2 \text{ балла})$$

$$n = \frac{a}{g_{\oplus}} g_{\oplus} = \left(\frac{4\rho_{\text{атмМ}} v^2}{mg_{\oplus}} - \frac{0,3788}{\cos z} \right) g_{\oplus} \quad (2 \text{ балла})$$

$$n = \left(\frac{4 \cdot 0,016 \cdot 6000^2}{40000 \cdot 9,8067} - \frac{0,3788}{0,9659} \right) g_{\oplus} = 5,5g_{\oplus}. \quad (2 \text{ балла})$$