

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ
(МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП)
ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР
возрастная группа (**11 класс**)

Максимальная оценка – 48 баллов.

ЗАДАНИЕ 1.

На рисунке (*Приложение 1*) представлен снимок области звездного неба в окрестностях звезды Ригель ($\alpha = 5^h 14^m$, $\delta = -8^\circ 12'$) в момент верхней кульминации этой звезды. Отметьте Ригель, изобразите созвездие, в котором звезда находится на рисунке *Приложения 1* и напишите его название. Определите широту места наблюдения, если снимок получен в северном полушарии.

Приложение 1 сдается вместе с работой.

Решение.

Звезда Ригель – это β в созвездии Ориона (рис. Р.1).

В момент верхней кульминации звезда находится на небесном меридиане, в проекции на плоскость рисунка – линия, проходящая через звезду и перпендикулярная горизонту.

Измерим линейкой длину отрезка соответствующего 5° , получили 12 мм, и длину отрезка перпендикуляра соединяющего горизонт и звезду, получили 34 мм, тогда высота звезды над горизонтом в момент верхней кульминации

$$h_{\max} = \frac{34 \text{ мм}}{12 \text{ мм}} \cdot 5^\circ = 14^\circ 10'.$$

Высота верхней кульминации рассчитывается по формуле

$$h_{\max} = 90^\circ - |\varphi - \delta| \Rightarrow |\varphi - \delta| = 90^\circ - 14^\circ 10'.$$

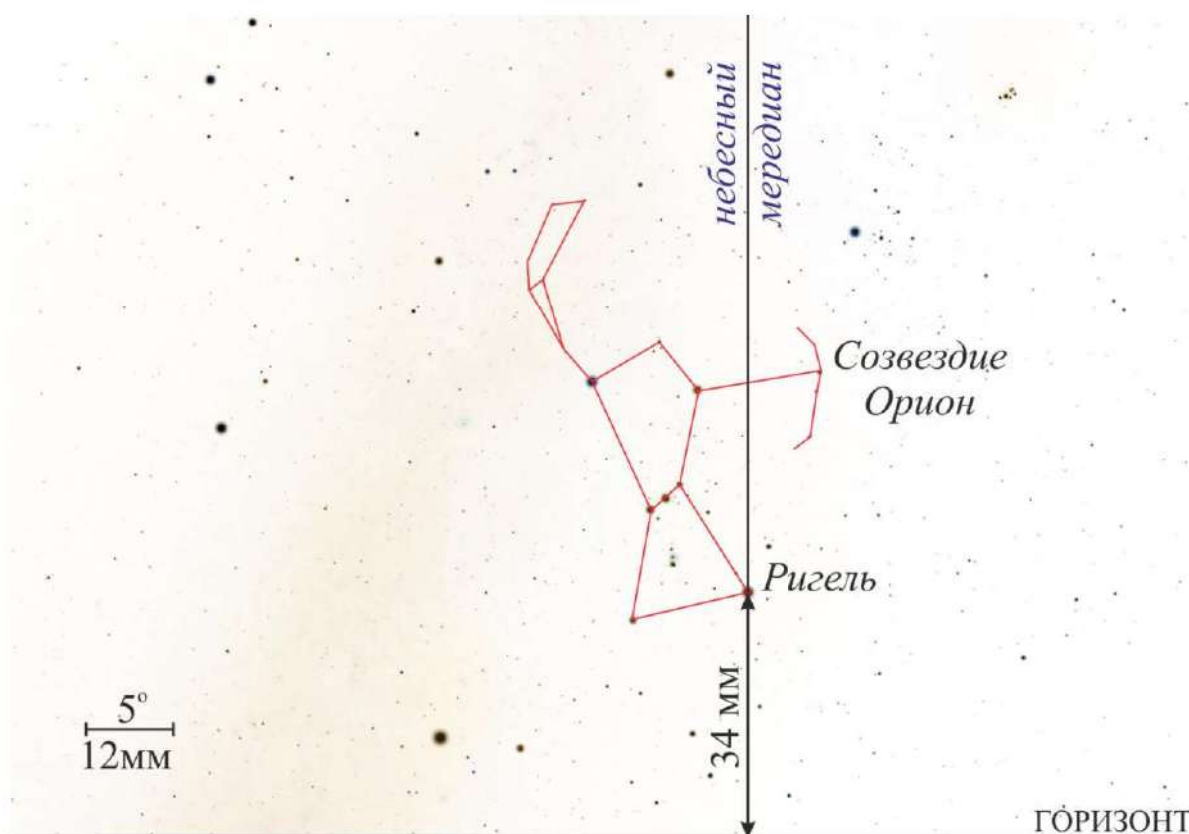


Рис. Р.1

Возможны два варианта

$$\varphi - \delta = 75^{\circ}50',$$

$$\delta - \varphi = 75^{\circ}50'$$

$$\varphi = 75^{\circ}50' + \delta,$$

или

$$\varphi = \delta - 75^{\circ}50',$$

$$\varphi = 75^{\circ}48' - 8^{\circ}12' = 67^{\circ}38';$$

$$\varphi = -8^{\circ}12' - 75^{\circ}48' = -84^{\circ}02'.$$

Учитывая, что снимок сделан в северном полушарии, подходящая широта $\varphi = 67^{\circ}38'$.

Критерии оценивания

Верно отмечена звезда Ригель на рисунке	1 балл
Верно отмечено и названо созвездие Орион (достаточно изобразить два многоугольника, соединенных поясом Ориона)	1 балл
Верно определен масштаб рисунка	1 балл
Указано, что звезда находится на небесном меридиане	1 балл
Верно изображен небесный меридиан	1 балл
Верно определено значение $h_{\max}$	1 балл
Верно определена широта в северном полушарии	2 балла
Всего	8 баллов

ЗАДАНИЕ 2.

Столица Тайланда имеет географические координаты $13^{\circ}45'$ с. ш., $100^{\circ}31'$ в. д.. Определите, в какой день года Солнце кульминирует в Бангкоке в зените. А во Владимире ($56^{\circ}08'$ с. ш., $40^{\circ}25'$ в. д.)?

Решение.

Высота точки зенита над горизонтом составляет 90° , пользуясь формулой для верхней кульминации $h_{max} = 90^{\circ} - |\varphi - \delta| = 90^{\circ} \Rightarrow \varphi = \delta$.

Солнце кульминирует в зените, когда широта места наблюдения совпадает с его склонением. Максимальное склонение Солнца $23,5^{\circ}$, значит, во Владимире оно никогда не кульминирует в Зените.

В Бангкоке Солнце кульминирует в зените, когда его склонение $\delta_{\odot} = +13^{\circ}45'$.

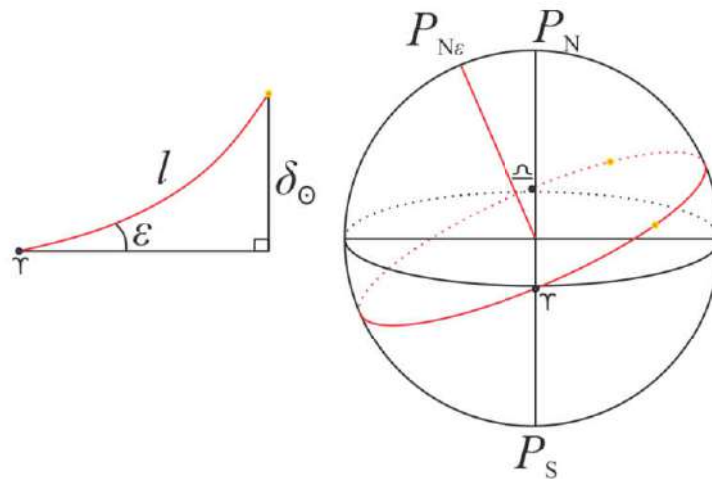


Рис. Р.2

Определим, какой путь пройдет Солнце к этому моменту по эклиптике (рис. Р.2.). Воспользуемся сферической теоремой синусов

$$\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin l}{\sin 90^{\circ}}, \quad l = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} \right),$$

где $\varepsilon = 23,5^\circ$ - угол наклона эклиптики к небесному экватору. С другой стороны, если считать угловую скорость движения Солнца по эклиптике постоянной, $l = \frac{360^\circ}{365 \text{ сут}} n$, где n – количество дней после начала отсчета (в рассматриваемом случае после прохождения точки весеннего равноденствия). Откуда получаем

$$n = \frac{365 \text{ сут}}{360^\circ} \sin^{-1} \left(\frac{\sin \delta_\odot}{\sin \varepsilon} \right) = 37 \text{ сут.}$$

Значение положительно, значит это 37 суток после дня весеннего равноденствия 21.03, т.е. 27.04.

Можно заметить, что на эклиптике две точки с таким склонением, т.е. Солнце будет кульминировать в зените еще за 37 суток до дня осеннего равноденствия 23.09, т.е. 17.08.

Критерии оценивания

Указано, что если Солнце кульминирует в зените, то его склонение совпадает с широтой места наблюдения	1 балл
Верно определен путь, который пройдет Солнце по линии эклиптики от (до) дня весеннего (осеннего) равноденствия до того, как его склонение станет $\delta_\odot = +13^\circ 45'$: $l = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \delta_\odot}{\sin \varepsilon} \right)$	2 балла
Установлена связь между пройденным Солнцем путем по эклиптике и количеством дней после (до) равноденствия или верно посчитано количество дней после (до) равноденствия (<i>погрешность в 1 сутки допускается</i>): $l = \frac{360^\circ}{365 \text{ сут}} n$	1 балл
Верно определена одна дата (<i>погрешность в 1 сутки допускается</i>)	2 балла
Верно определена вторая дата (<i>погрешность в 1 сутки допускается</i>)	2 балла
Всего	8 баллов

ЗАДАНИЕ 3.

Определите максимальную продолжительность t лунного затмения (включая полутеневую и теньевую часть затмения) от положения 1 до положения 2 (Рис. 1). Считайте, что орбита Луны круговая.

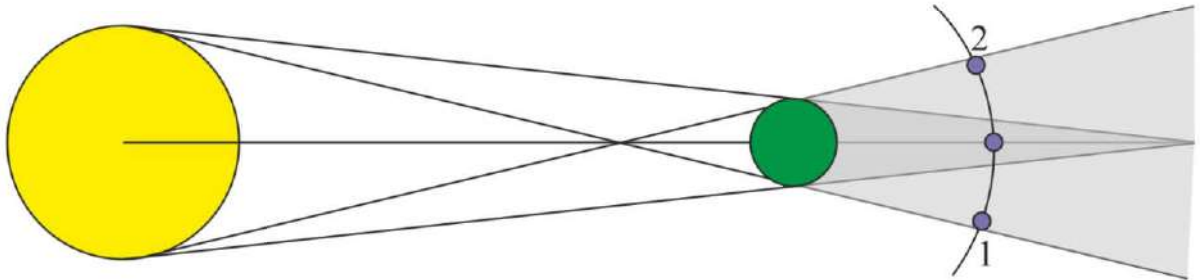


Рис. 1

Решение.

Схема лунного затмения представлена на рисунке Р.3.

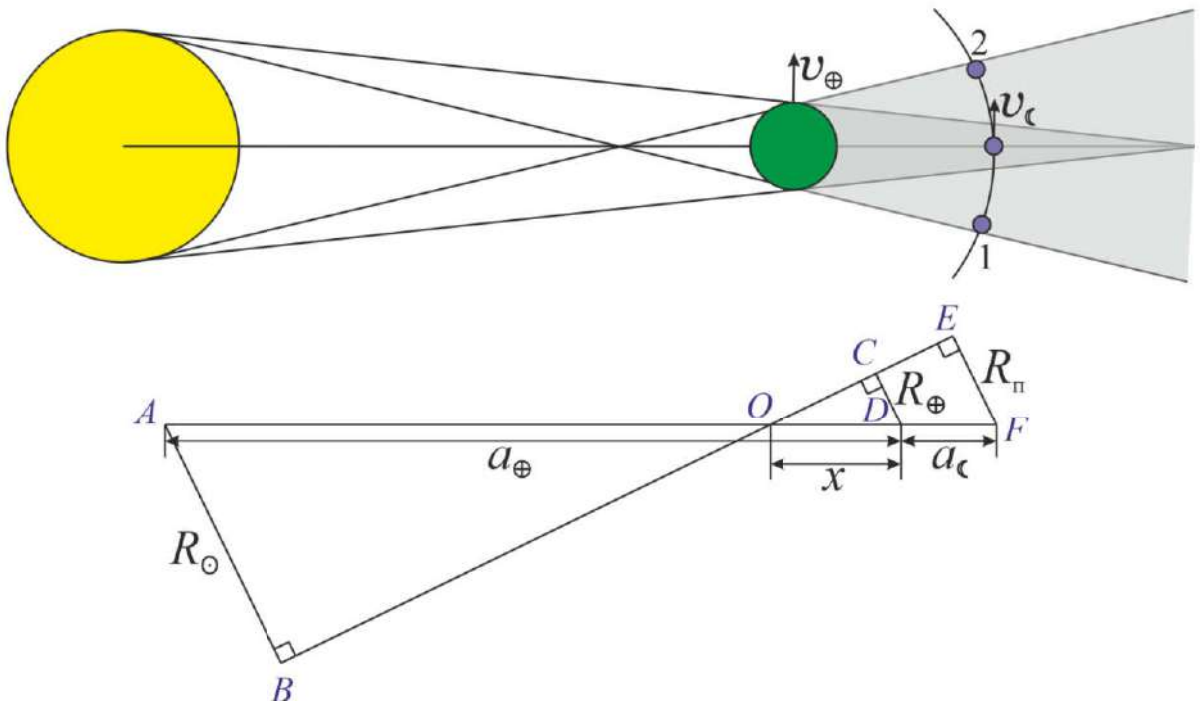


Рис. Р.3

Продолжительность лунного затмения будет максимальной, если затмение центральное, т.е. центр луны проходит по центру основания теневого конуса.

Требуется рассмотреть полную продолжительность затмения, включая прохождение Луной и полутени, и тени от Земли. Т.е. Луна должна пройти путь от положения 1 до положения 2 (рис. Р.3)

$$L = 2R_{\oplus} - 2R_{\odot} = 2(R_{\oplus} - R_{\odot}). \quad (1)$$

Из подобия прямоугольных треугольников AOB и DOC имеем

$$\frac{x}{a_{\oplus} - x} = \frac{R_{\oplus}}{R_{\odot}} \Rightarrow x = \frac{R_{\oplus} a_{\oplus}}{R_{\oplus} + R_{\odot}}, \quad x = 1356500 \text{ км.}$$

Из треугольников DOC и FOE

$$\frac{R_{\oplus}}{x + a_{\odot}} = \frac{R_{\oplus}}{x} \Rightarrow R_{\oplus} = \frac{R_{\oplus}(x + a_{\odot})}{x}, \quad R_{\oplus} = 8186 \text{ км.}$$

Из (1) $L = 12895 \text{ км.}$

При расчете скорости движения Луны в тени Земли нужно учитывать, что Земля движется вокруг Солнца в том же направлении, что и Луна вокруг Земли, то есть и тень тоже движется в этом направлении. Можно учесть это факт, используя для расчета скорости синодический период движения луны $S_{\odot} = 29,5$ сут, а не сидерический $T_{\odot} = 27,3$ сут:

$$v_{\odot} = \frac{2\pi a_{\odot}}{S_{\odot}}, \quad v_{\odot} = 0,947 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Тогда

$$t = \frac{L}{v_{\odot}}, \quad t = 3 \text{ ч } 47 \text{ мин} \approx 3,8 \text{ ч.}$$

Критерии оценивания

Верно определено расстояние L , которое должна пройти Луна	2 балла
Верно определен радиус полутени $R_{\oplus}$ (≈ 8200 км)	2 балла
Верно определена скорость движения Луны $v_{\odot}$ (учтено движение тени)	2 балла
Верно определена продолжительность затмения (учитывая полутеневую и теневую часть затмения) <i>Если получено значение времени примерно равное 3,5 часа (3ч 31мин), ответ считается неверным</i>	2 балла
Всего	8 баллов

ЗАДАНИЕ 4.

В середине сентября 2025 года в ночном небе видны Сатурн ($0,58^m$) и Юпитер ($-2,05^m$). Сатурн наблюдался в противостоянии, а Юпитер в 60° к западу от Солнца. Считая орбиты планет круговыми, оцените во сколько раз одна квадратная секунда видимого диска ярче для одной планеты чем для другой. Для какой планеты ярче?

Решение.

Освещенность, создаваемая всем объектом $E = E'' \cdot S''$, где E'' – освещенность от одной квадратной секунды площади видимой части объекта, угловая площадь объекта в секундах $S'' = \pi \rho^2$, тогда $E'' = \frac{E}{S''}$. Запишем это выражение для Юпитера и Сатурна и найдем отношение

$$\frac{E''_{\text{Ю}}}{E''_{\text{С}}} = \frac{E_{\text{Ю}} S''_{\text{С}}}{E_{\text{С}} S''_{\text{Ю}}}.$$

$\frac{E_{\text{Ю}}}{E_{\text{С}}}$ найдем из формулы Погсона:

$$\frac{E_{\text{Ю}}}{E_{\text{С}}} = 10^{-0,4(m_{\text{Ю}} - m_{\text{С}})} = 10^{-0,4(-2,05^m - 0,58^m)} = 11,3. \quad (1)$$

Для нахождения угловых площадей, необходимы угловые радиусы объектов

$$\rho = \frac{206265'' \cdot R}{a}.$$

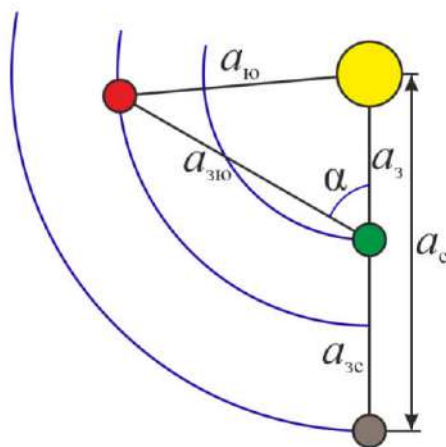


Рис. Р.4

Радиусы R Юпитера и Сатурна взяты из справочных данных. Определим расстояния a от наблюдателя на Земле до соответствующей планеты. Сатурн находится в противостоянии, следовательно, расстояние Земля – Сатурн (рис. Р.4)

$$a_{зс} = a_c - a_з = 9,6 \text{ а. е.} - 1 \text{ а. е.} = 8,6 \text{ а. е.} = 12,9 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

Расстояние Земля – Юпитер можно определить из треугольника по теореме косинусов, решив квадратное уравнение относительно $a_{зю}$:

$$a_{зю}^2 = a_{зю}^2 + a_з^2 - 2a_{зю}a_з \cos \alpha \Rightarrow a_{зю}^2 - a_зa_{зю} + (a_з^2 - a_{ю}^2) = 0, \\ a_{зю}^2 - a_{зю} - 26,04 = 0 \text{ (а. е.)}, \quad a_{зю} = 5,6 \text{ а. е.} = 8,4 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

Все данные о расстояниях от планет до Солнца взяты из справочных данных.

Тогда

$$\rho_c = \frac{206265'' \cdot 60268 \text{ км}}{12,9 \cdot 10^8 \text{ км}} = 9,6'', \quad \rho_{ю} = \frac{206265'' \cdot 71492 \text{ км}}{8,4 \cdot 10^8 \text{ км}} = 17,6''.$$

$$S_c'' = 289''^2, \quad S_{ю}'' = 973''^2, \quad \frac{E_{ю}''}{E_c''} = 11,3 \cdot \frac{289''^2}{973''^2} = 3,4.$$

Одна квадратная секунда видимого диска Юпитера ярче одной квадратной секунды видимого диска Сатурна в 3,4 раза.

Критерии оценивания

Верно определено отношение освещенностей Юпитера и Сатурна	1 балл
Верно определено расстояние Земля – Сатурн	1 балл
Верно определено расстояние Земля – Юпитер	1 балл
Верно определен угловой размер Сатурна	1 балл
Верно определен угловой размер Юпитера (точность до 0,1 а.е.)	1 балл
Верно определены угловые площади видимых дисков планет	1 балл
Указано, что одна квадратная секунда видимого диска Юпитера ярче одной квадратной секунды видимого диска Сатурна (возможно не явно)	1 балл
Верно определено, во сколько раз одна квадратная секунда видимого диска Юпитера ярче одной квадратной секунды видимого диска Сатурна (точность до 0,1)	1 балл
Всего	8 баллов

ЗАДАНИЕ 5.

Имеются три изображения Юпитера вместе с его спутниками, каждое сопровождается датой соответствующего расположения объектов (*Приложение 1*). Первое изображение снабжено метками спутников. Вам предстоит идентифицировать и подписать спутники на оставшихся двух изображениях. Обратите внимание, масштаб задан, а характеристики орбит спутников Юпитера приведены отдельно (*Таблица 1*). Предполагается, что орбиты являются круговыми и лежат в одной плоскости.

Таблица 1

Спутник	Большая полуось, км	Период обращения, сут	Радиус, км	Масса, кг
Ио	421 700	1,77	1 821	$8,93 \cdot 10^{22}$
Европа	671 100	3,55	1 560	$4,80 \cdot 10^{22}$
Ганимед	1 070 400	7,15	2 634	$1,48 \cdot 10^{23}$
Каллисто	1 882 700	16,69	2 410	$1,08 \cdot 10^{23}$

Максимальный балл – 8Решение.

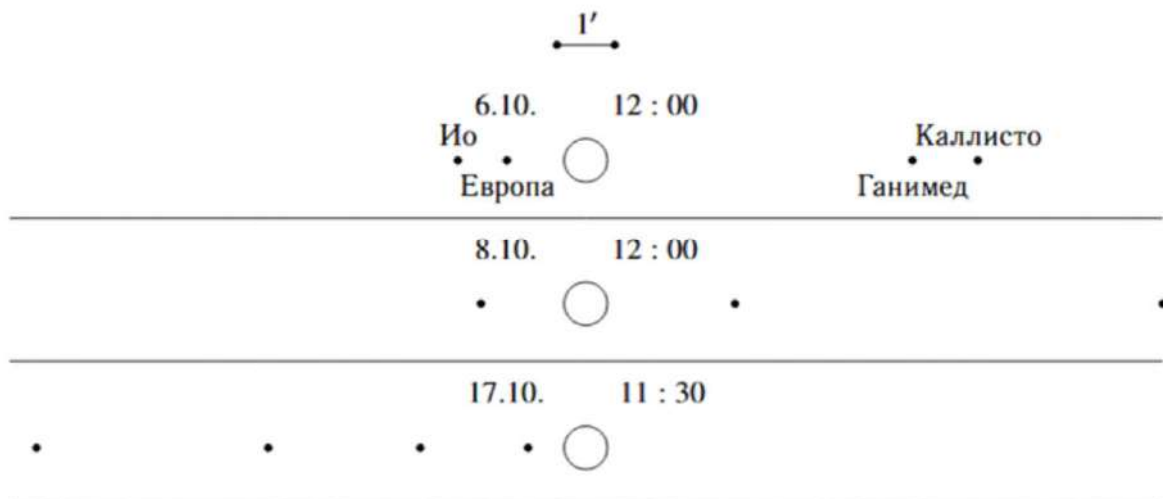


Рис. Р.5.1

Все спутники вращаются против часовой стрелки. Угловые размеры больших полуосей a можно найти из масштаба

$$\rho = \rho_{\text{ж}} + \frac{a}{R_{\text{ж}}}.$$

Изобразим (Рис. Р.5.2) вид сверху Юпитера и его спутников на 6.10 (размеры больших полуосей указаны в справочных данных). Пунктирной линией показано возможное местонахождение спутника.

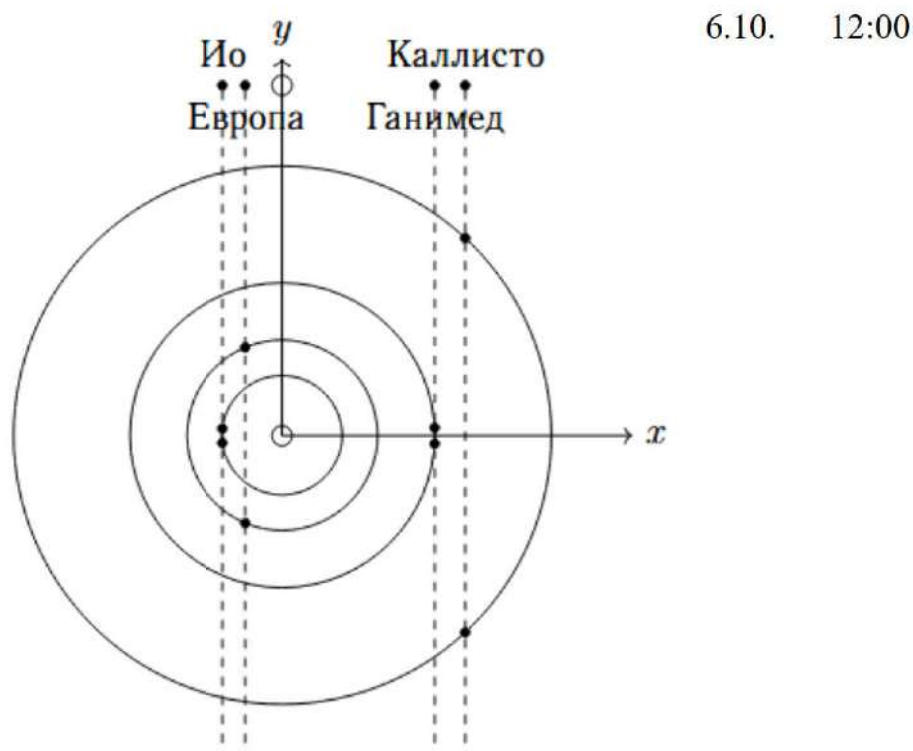


Рис. Р. 5.2

Введем оси x и y Угловые удаления спутников от Юпитера являются проекциями их положения на ось x . Углом φ назовем угол Спутник-начало координат-ось x . Его можно найти по формуле $\varphi = \arccos(\frac{x}{a})$, a – радиус орбиты спутника. Тогда начальные положения спутников

	x_0	φ_0
Ио	$-2'13''$	$\pm 173^\circ$
Европа	$-1'22''$	$\pm 113^\circ$
Ганимед	$5'40''$	$\pm 3^\circ$
Каллисто	$6'48''$	$\pm 55^\circ$

Углы могут принимать как положительное, так и отрицательное значение, из-за проекции точного значения угла мы определить не можем.

1. Посчитаем углы, которые прошли спутники относительно своего начального положения за 2 дня (с 6.10 по 8.10) по формуле

$$\alpha = 360^\circ \cdot \frac{t}{T},$$

где t - прошедшее время, T - период спутника.

	α
Ио	$407^\circ = 47^\circ$
Европа	203°
Ганимед	101°
Каллисто	47°

Изобразим (Рис. Р.5.3) вид сверху Юпитера со спутниками на 8.10. Для удобства пронумеруем спутники — от 1 до 3 слева направо и будем рассматривать каждый спутник.

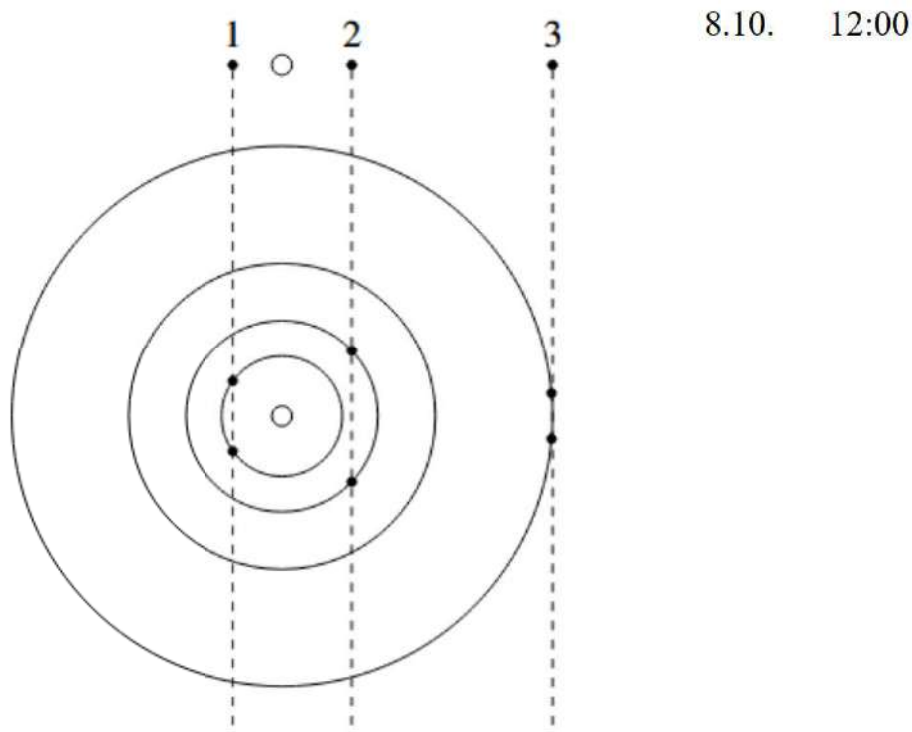


Рис. Р. 5.3

Запишем координаты спутников

1	$x = -1'49''$	$\varphi_1 = \pm 144^\circ$
2	$x = -2'35''$	$\varphi_2 = \pm 43^\circ$
3	$x = 9'58''$	$\varphi_3 = \pm 5^\circ$

Как видно, линия 3-го спутника пересекается только с орбитой Каллисто, из чего мы делаем вывод: 3 — Каллисто.

Для всех спутников верно равенство

$$\varphi = \varphi_0 + \alpha$$

	Ио	Европа	Ганимед	Каллисто
φ_1	220°	360°	104°	102°
φ_2	234°	90°	98°	8°

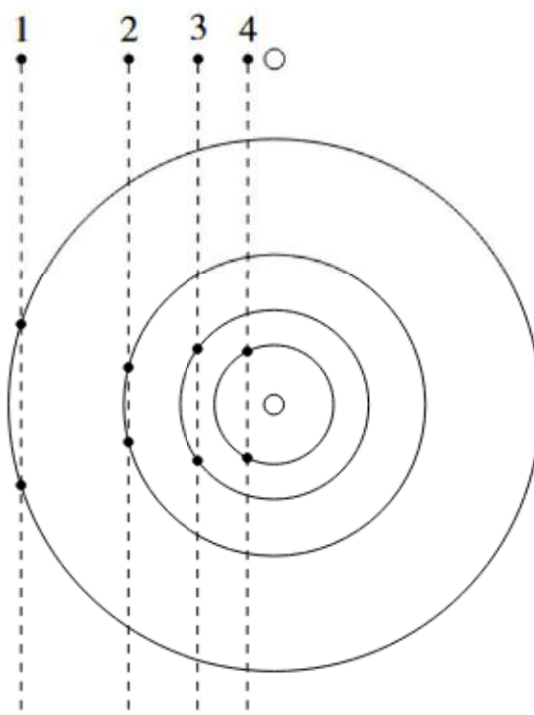
Видим, что

$$\varphi_{\text{Ио}1} \approx \varphi_1 = 216^\circ = -144^\circ,$$

$$\varphi_{\text{Европа}1} \approx \varphi_2 = 317^\circ = -43^\circ,$$

Итак, 1 — Ио, 2 — Европа. Ганимед закрыт тенью Юпитера.

2. На втором изображении (17.10) отождествим спутники методом исключения (Рис. Р.5.4). Линия 1-го спутника пересекает только орбиту Каллисто - 1 — Каллисто, соответственно 2-ой спутник (либо Каллисто, либо Ганимед) находим методом исключения: 2 — Ганимед, 3 — Европа, 4 — Ио.



17.10. 11:30

Рис. Р. 5.4

Итоговый ответ на рисунке Р.5.5.

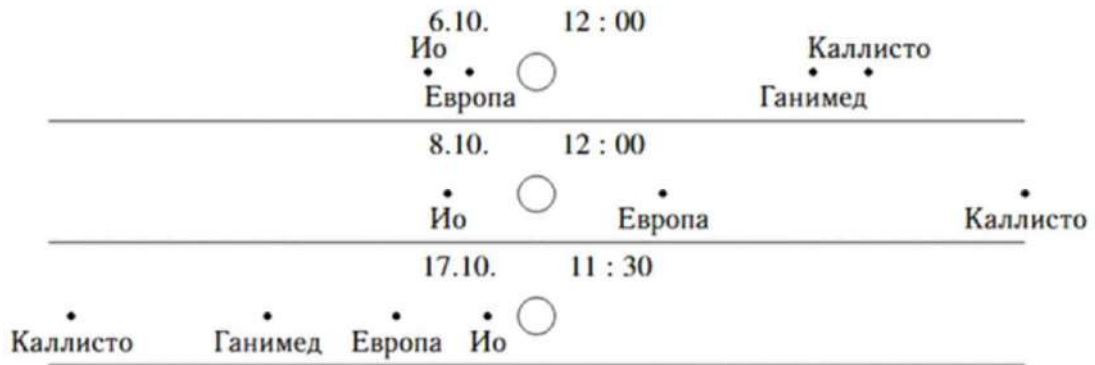


Рис. Р.5.5

Критерии оценивания

Описание метода определения спутников.	2 балла
Верное определение спутников (4 спутников на второй картинке)	3 балла
Верное определение спутников (4 спутников на третьей картинке)	3 балла
Всего	8 баллов

ЗАДАНИЕ 6.

Космический аппарат осуществляет межпланетный перелет по Гомановской траектории. Перигелий его орбиты совпадает с орбитой Земли, а афелий — с орбитой Марса. Учитывая, что Земля и Марс движутся по круговым орбитам вокруг Солнца, определите время, необходимое аппарату для достижения Марса.

Решение.

Большая полуось орбиты, по которой движется космический аппарат, будет равна полусумме больших полуосей орбит Марса и Земли (Рис. Р.6)

$$a = \frac{a_3 + a_m}{2} = 1,25 \text{ а. е.}$$

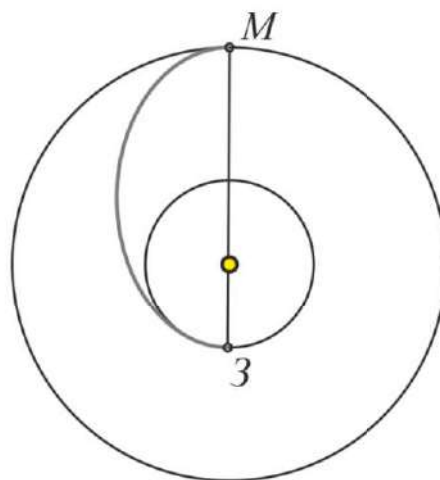


Рис. Р.6

По третьему закону Кеплера

$$\frac{a^3}{a_3^3} = \frac{T^2}{T_3^2}, \quad T = T_3 \sqrt{\frac{a^3}{a_3^3}}.$$

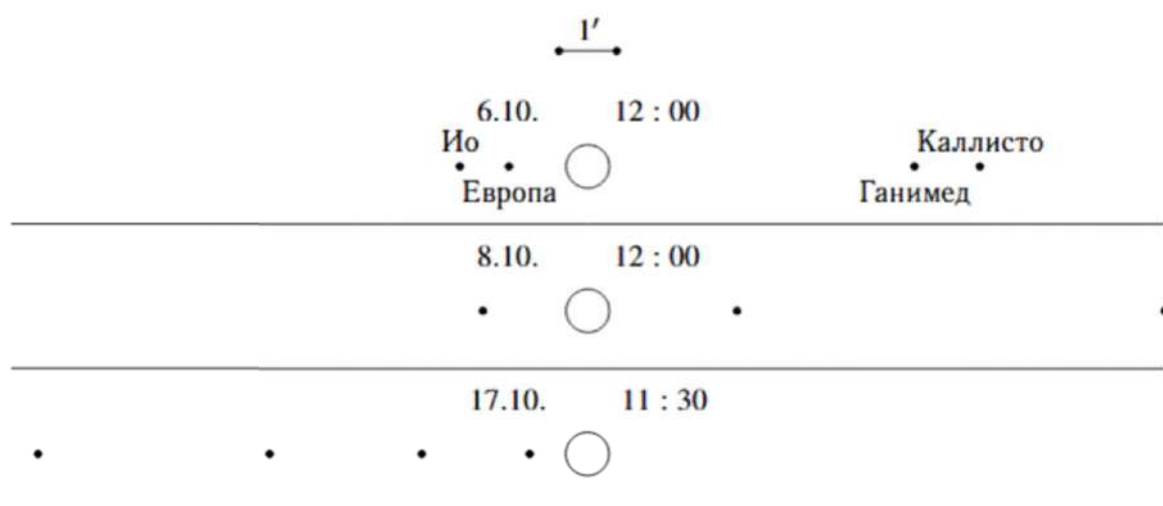
Время перелета аппарата от Земли до Марса равно половине времени движения по орбите

$$t = \frac{T}{2} = \frac{T_3}{2} \left(\frac{a}{a_3} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{365,24 \text{ сут}}{2} \left(\frac{1,25 \text{ а. е.}}{1 \text{ а. е.}} \right)^{\frac{3}{2}} = 255 \text{ сут.}$$

Критерии оценивания

Верно описана модель перелета (текст или рисунок)	2 балла
Определена большая полуось орбиты движения космического аппарата	2 балла
Записана формула связи больших полуосей и периодов обращения по орбитам (третий закон Кеплера для орбит Земли и космического аппарата)	2 балла
Верное определено время перелета	2 балла
Всего	8 баллов





Сдается вместе с решениями!

Справочные материалы

Основные физические и астрономические постоянные

Гравитационная постоянная $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$

Скорость света в вакууме $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

Астрономическая единица $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$

Парсек $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Данные о Луне

Среднее расстояние от Земли 384400 км

Сидерический (звездный) период обращения 27.321662 суток

Синодический период обращения 29.530589 суток

Радиус Луны 1738 км

Характеристики орбит планет

Планета	Расстояние от Солнца	Радиус	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты
	а.е.	км		градусы
Солнце		697000	25.380 сут	7.25
Меркурий	0,4	2439.7	58.646 сут	0.00
Венера	0,7	6051.8	243.019 сут**	177.36
Земля	1,0	6378.1	23.934 час	23.45
Марс	1,5	3397.2	24.623 час	25.19
Юпитер	5,2	71492	9.924 час	3.13
Сатурн	9,6	60268	10.656 час	26.73
Уран	19,2	25559	17.24 час	97.86
Нептун	30,0	24746	16.11 час	28.31

Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн.км	а.е.		градусы		сут
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	—
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5