



XXXII Санкт-Петербургская Астрономическая олимпиада

отборочный тур, решения

2025

до 17
января

11 класс

1. Найдите величину гравитационного отклонения луча света, проходящего рядом с поверхностью белого карлика, если известно, что масса белого карлика равна массе Солнца, а радиус белого карлика равен радиусу Земли. Ответ дайте в угловых секундах.

Решение:

Тур заочный, поэтому выражение для угла, на который притягивающий центр отклоняет свет, можно найти в готовом виде:

$$\theta = \frac{4G\mathfrak{M}}{Rc^2},$$

где G — гравитационная постоянная, $\mathfrak{M}$ — масса объекта, R — его радиус, c — скорость света. Остается только подставить данные и учесть, что результат при этом получится в радианах.

Однако можно пойти по более простому пути. Достаточно хорошо известно, что гравитационное отклонение лучей света у поверхности Солнца составляет $1''.75$. У рассматриваемого белого карлика масса такая же, поэтому отклонение будет во столько же раз больше, во сколько радиус Солнца больше радиуса Земли. Отношение радиусов составляет примерно $1.1 \cdot 10^2$, поэтому и итоговый ответ — $1.75 \cdot 1.1 \cdot 10^2 \approx 1.9 \cdot 10^2$ угловых секунд.

П.А.Тараканов

2. Выберите верные утверждения о галактиках.

- (a) В спектре галактики Местной группы линия Бальмер-альфа может наблюдаться на длине волны $6560 \text{ \AA}$.
- (b) В пределах Местной группы могут наблюдаться галактики с абсолютной звездной величиной в пределах от $+4^m.3$ до $+5^m.3$.
- (c) В пределах области радиуса 50 Мпк с центром в нашей Галактике наблюдаются объекты с абсолютной звездной величиной $-37^m.3$.
- (d) Наблюдаемая скорость галактики на расстоянии 130 Мпк может превышать 6000 км/с.
- (e) Галактика с красным смещением $z = 0.08$ находится от наблюдателя на расстоянии более 200 Мпк.
- (f) Среди спутников Млечного Пути не существует объектов с поверхностной яркостью слабее $+17^m$ с квадратной секунды.

Решение:

- (a) Да. Лабораторная длина волны линии H_α равна $6563 \text{ \AA}$. В условии указана меньшая длина волны, что согласно эффекту Доплера соответствует отрицательной лучевой

скорости, то есть сближению галактики и наблюдателя. Оценим, какой скорости сближения это должно соответствовать:

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{6560 - 6563}{6563} \Rightarrow v_r = -137 \text{ км/с.}$$

Случайные скорости в скоплениях галактик, вызванные взаимным влиянием объектов скопления друг на друга, могут составлять сотни км/с. Можно также выяснить, что скорость движения Солнца относительно Местной группы около 300 км/с. Следовательно, такая скорость возможна.

- (b) Нет. Указанные абсолютные звездные величины соответствуют не галактикам, а звездам типа Солнца и более слабым. Следовательно, утверждение неверно.
- (c) Нет. Указанная звездная величина примерно на 15^m меньше абсолютной звездной величины Млечного Пути, что означает светимость, в 10^6 раз бóльшую, чем у Млечного Пути — достаточно крупной спиральной галактики. Для обычных галактик, даже гигантских эллиптических, это слишком много. Даже для квазаров такая светимость нереальна, впрочем, в указанной окрестности Млечного Пути квазаров нет. Следовательно, утверждение неверно.
- (d) Да. Оценим скорость удаления галактики вследствие космологического расширения Вселенной по закону Хаббла:

$$v = H \cdot r = 70 \text{ км/с/Мпк} \cdot 130 \text{ Мпк} \approx 9 \cdot 10^3 \text{ км/с.}$$

- (e) Да. Вычислим расстояние по закону Хаббла:

$$cz = H \cdot r \Rightarrow r = \frac{cz}{H} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ км/с} \cdot 0.08}{70 \text{ км/с/Мпк}} \approx 3 \cdot 10^2 \text{ Мпк.}$$

- (f) Нет. Указанная поверхностная яркость примерно соответствует центральной части Туманности Ориона, то есть для протяженных объектов значение довольно велико. Значительное количество спутников Млечного Пути существенно тусклее. Так, галактика Чаша 2 обладает поверхностной яркостью около 30^m с квадратной секунды, а галактика Насос II обладает поверхностной яркостью около 32^m с квадратной секунды.

А.В.Веселова

3. Звезда имеет видимую звездную величину $2^m.9$. Внезапно ровно половину этой звезды закрыло пылевое облако, которое уменьшает пропускание света в два раза. Какую звездную величину теперь имеет звезда?

Решение:

Пусть E_0 — освещенность, создаваемая звездой без пылевого облака, $m_0 = +2^m.9$. Если бы пылевое облако было совсем непрозрачным, то освещенность уменьшилась бы ровно в два раза. Однако, пылевое облако все же пропускает половину света (от половины звезды). Значит, наблюдаемая освещенность составляет $E = \frac{E_0}{2} + \frac{E_0}{4} = 0.75E_0$. Вычислим искомую звездную величину m :

$$m - m_0 = -2.5 \lg \frac{E}{E_0} \Rightarrow m = m_0 - 2.5 \lg \frac{E}{E_0} = 2.9 - 2.5 \lg 0.75 = 2.9 + 0.3 = 3^m.2.$$

В.В.Григорьев

4. Двойная звезда состоит из звезд Главной последовательности. Первая звезда имеет массу, равную 1.1 массы Солнца, и светимость 1.5 светимости Солнца, вторая звезда — массу 0.46 массы Солнца и светимость 0.0016 светимости Солнца. Звезды движутся по круговым орбитам, расстояние между звездами составляет 8.0 а.е. Луч зрения наблюдателя лежит в плоскости орбит. Выберите верные утверждения.

- (a) Центр масс системы расположен примерно вдвое ближе ко второй звезде, чем к первой.
- (b) В центре масс двойной создаваемые обеими звездами гравитационные ускорения будут равны.
- (c) Абсолютная звездная величина системы как единого целого составляет $+5^m.2$ с возможной погрешностью $0^m.2$.
- (d) Лучевая скорость более массивной звезды относительно центра масс двойной не превышает 4.5 км/с.
- (e) Радиус первой звезды может быть вдвое меньше радиуса второй звезды.
- (f) В течение одного орбитального периода линии в спектре более массивной звезды испытывают меньшие относительные смещения, чем линии в спектре менее массивного компонента.

Решение:

- (a) Нет — центр масс двойной всегда находится ближе к более массивному объекту.
- (b) Нет. Расстояние от звезды до центра масс системы обратно пропорционально массе звезды. Пусть первая звезда находится на расстоянии r_1 от центра масс, вторая — на расстоянии r_2 , тогда $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1}$. Силы, создаваемые звездами, обратно пропорциональны квадратам расстояний до объекта, тогда

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{\mathfrak{M}_1}{r_1^2}}{\frac{\mathfrak{M}_2}{r_2^2}} = \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_2} \cdot \frac{\mathfrak{M}_1^2}{\mathfrak{M}_2^2} = \frac{\mathfrak{M}_1^3}{\mathfrak{M}_2^3} \neq 1.$$

Утверждение неверно.

- (c) Да. Абсолютную звездную величину оценим, сопоставив светимость системы со светимостью Солнца:

$$M - M_{\odot} = -2.5 \lg \frac{L_1 + L_2}{L_{\odot}}, \quad M = 4.7^m + 2.5 \lg(1.5 + 0.0016) = 5^m.2.$$

- (d) Да. Вычислим относительную орбитальную скорость двух звезд как круговую скорость:

$$v_{\text{отн}} = \sqrt{\frac{G(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)}{a}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot (1.1 + 0.46) \cdot 2 \cdot 10^{30}}{8.0 \cdot 1.5 \cdot 10^{11}}} = 13 \text{ км/с.}$$

Поскольку в реальности движение звезд происходит вокруг общего центра масс, то скорость каждой компоненты пропорциональна расстоянию до центра масс. Следовательно, скорость более массивного компонента составит

$$v_1 = v_{\text{отн}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2} = 3.9 \text{ км/с.}$$

- (e) Нет. В среднем звезды главной последовательности тем меньше, чем меньше их масса и температура. Следовательно, утверждение не выглядит верным. Подтвердим

подозрения, проанализировав параметры звезд. Выразим отношение светимостей, считая известным отношение радиусов:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{4\pi R_1^2 \sigma T_1^4}{4\pi R_2^2 \sigma T_2^4} = \frac{1}{2^2} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^4.$$

Отношение температур звезд окажется равным 7.8. При массе $0.46 M_{\odot}$ звезда относится к границе между спектральными классами K и M. Следовательно, температура звезды — не менее 3500 К. Но тогда температура более яркого компонента составит более 25 тыс. К, что слишком много для заявленной массы компонента.

- (f) Да. Периодические смещения линий в спектре связаны с лучевой скоростью звезды относительно центра масс системы. Ранее упоминалось, что скорость массивного компонента меньше, следовательно, в его спектре амплитуда смещения линий будет меньше.

А.В.Веселова

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (a) Если в двойной системе температуры двух звезд отличаются вдвое, то глубины минимумов блеска (в единицах освещенности) в момент прохождений будут отличаться вдвое.
- (b) Если лучевая скорость галактики в системе отсчета, связанной с барицентром Солнечной системы, оказалась равной 300 км/с, то галактика находится на расстоянии около 4 Мпк от Солнца.
- (c) У наблюдаемых в Галактике рассеянных скоплений максимальный и минимальный возраст отличаются не более чем в 7 раз.
- (d) Звезды спектрального класса K и класса светимости V в среднем обладают более сильным звездным ветром, чем карлики спектрального класса O.
- (e) Если в центре Солнца внезапно прекратятся термоядерные реакции, астрономы на Земле узнают об этом не раньше чем через несколько веков.
- (f) Звезд ранних спектральных классов в Млечном Пути больше, чем звезд поздних классов.
- (g) Если первая звезда находится на расстоянии 5 пк, а годичный параллакс второй звезды равен $0''.3$, то вторая звезда дальше первой.
- (h) Когда мы смотрим на звезды невооруженным глазом, мы видим излучение, приходящее из их фотосфер.

Решение:

- (a) Нет. В момент прохождений звезды закрывают одинаковые площади дисков друг друга. Следовательно (в приближении постоянства блеска по диску), различие глубин минимумов будет связано с различием температур. По закону Стефана–Больцмана светимость объекта пропорциональна температуре в 4 степени. Тогда потери светимости при покрытиях различаются в $2^4 = 16$ раз. Звезды находятся на одинаковом расстоянии от наблюдателя, поэтому создаваемая ими освещенность будет пропорциональна светимости и минимумы будут отличаться по глубине также в 16 раз.

Однако принципиально возможна ситуация, при которой нельзя не учитывать потемнение дисков звезд к краю: если одна из звезд намного меньше другой по размеру

и при этом проходит по краю диска звезды большего размера, затмевая только самые периферийные части диска второй звезды. Для звезд одинаковых классов светимости это невозможно (температуры звезд отличаются всего в два раза и размеры звезд также будут более-менее близкими), так что единственный возможный вариант — проход звезды Главной последовательности или даже белого карлика по диску красного гиганта. Но в этом случае существенным будет потемнение именно диска красного гиганта к краю, что только дополнительно усилит эффект — отношение станет даже больше 16.

- (b) Нет. Скорость, указанная в условиях — это не только характерная скорость для галактик в группах и скоплениях, но и величина, сравнимая со скоростью движения Солнца в Галактике, поэтому утверждать, что она связана именно с расширением Вселенной и соответствует закону Хаббла, нельзя.
- (c) Нет. Типичный возраст рассеянных скоплений — сотни миллионов лет, но самые молодые, как например, Трапеция Ориона, могут иметь возраст около 100 миллионов лет, а одно из самых старых, М 67, не моложе 3 миллиардов лет; NGC 188 считается еще более старым, с возрастом около 5 миллиардов лет. Следовательно, возраста рассеянных скоплений отличаются не менее чем в 10 раз.
- (d) Нет. Молодые горячие звезды, которыми являются карлики класса O, обладают на порядки более мощным звездным ветром, чем Солнце и чем более холодные звезды класса K. На всякий случай поясним, что «карлик класса O» и «белый карлик» — это не одно и то же, в таком контексте «карлик» — синоним указания V класса светимости.
- (e) Нет. Сейчас на Земле действуют около двух десятков нейтринных телескопов, регистрирующих поток нейтринного излучения от Солнца. Поскольку нейтрино образуются при термоядерных реакциях и добираются до Земли из центра Солнца примерно за 8 минут, то прекращение термоядерных реакций в Солнце будет замечено через часы, максимум — сутки после того, как оно произойдет.
- (f) Нет. Звезды ранних спектральных классов — это массивные объекты, время существования которых заметно меньше времени существования Солнца. К поздним спектральным классам относятся маломассивные звезды, а также звезды на поздних стадиях эволюции. Массивных звезд существенно меньше, чем маломассивных, следовательно, звезд ранних спектральных классов заметно меньше, чем поздних.
- (g) Нет. Годичный параллакс первой звезды составляет $1/5 = 0''.2$, она находится дальше второй звезды.
- (h) Да — просто по определению фотосферы.

А.В.Веселова, П.А.Тараканов