



XXXII Санкт-Петербургская Астрономическая олимпиада

отборочный тур, решения

2025

до 17
января

9 класс

1. В 1991 году астрономы обнаружили частицу, энергия которой была равна $3 \cdot 10^{20}$ эВ. С какой скоростью надо бросить мячик массой 100 г, чтобы он обладал такой кинетической энергией? Ответ дайте в метрах в секунду. $1 \text{ эВ} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Решение:

Полная энергия частицы составила $E = 3 \cdot 10^{20} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} = 48 \text{ Дж}$. Приравняем эту величину к кинетической энергии мячика:

$$\frac{mv^2}{2} = E \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 48}{0.1}} = 31 \text{ м/с}.$$

А.В.Веселова

2. Выберите верные утверждения для наблюдателя, находящегося на территории России.

- (a) Звезда со склонением $+70^\circ$ в любом пункте находится над горизонтом дольше, чем звезда со склонением $+65^\circ$.
- (b) Звезда со склонением -10° в любом пункте находится над горизонтом меньше время, чем звезда со склонением $+15^\circ$.
- (c) Объект с видимой звездной величиной $+7^m.3$ недоступен для наблюдения невооруженным глазом.
- (d) Объект с видимой звездной величиной $+6^m.8$ можно наблюдать невооруженным глазом на высоте 4° над горизонтом.
- (e) В зимние месяцы высота Луны над горизонтом может достигать 82° .
- (f) Звездное время в двух пунктах может различаться на 10 часов.

Решение:

- (a) Нет. Заметим, что склонения звезд велики, поэтому на заметной части поверхности Земли звезды могут являться незаходящими. На широте $\varphi > 0$ звезда со склонением δ не заходит, если $\varphi + \delta - 90^\circ \geq 0$, то есть $\delta \geq 90^\circ - \varphi$. Обе звезды не заходят под горизонту уже начиная с широты $+25^\circ$. Следовательно, для наблюдателей в России звезды одинаковое время находятся над горизонтом.
- (b) Да. Для наблюдателей в Северном полушарии Земли звезды с отрицательным склонением находятся над горизонтом менее половины звездных суток, поскольку расположены ниже небесного экватора. Звезды с положительным склонением, наоборот, находятся над горизонтом дольше половины звездных суток.
- (c) Да. По самым смелым оценкам человеческий глаз видит объекты с видимой звездной величиной не более $+6^m.5$ при идеальных условиях. Объект с $m = +7^m.3$ недоступен для наблюдения невооруженным глазом вне зависимости от места наблюдения.

- (d) Нет. Указанная звездная величина также слишком велика. При этом объект находится на небольшой высоте над горизонтом и существенное поглощение света атмосферой будет дополнительно препятствовать наблюдениям.
- (e) Нет. Определим, на каких широтах высота Луны может достигать 82° . Пусть эта высота достигается в верхней кульминации: $90^\circ - |\varphi - \delta| = 82^\circ$, откуда $\varphi - \delta = \pm 8^\circ$. Склонение Луны меняется в пределах не шире $[-29^\circ \div 29^\circ]$ (границы области образованы округленной суммой наклона эклиптики к экватору и наклона орбиты Луны к эклиптике). Следовательно, широты не могут оказаться севернее, чем $29^\circ + 8^\circ = 37^\circ$ с.ш. Но наиболее южная точка России имеет широту около 41° . Следовательно, Луна не может подниматься на высоту 82° для российских наблюдателей.
- (f) Да. Различие времени на 10 часов соответствует различию долгот на 10 часов, то есть на 150° . Населенные пункты с такой и даже большей разностью долгот в России существуют. Например, долгота Санкт-Петербурга составляет 30° в.д., а долгота поселка Провидения равна 173° з.д., то есть разность долгот с учетом перехода в другое полушарие составляет 157° .

А.В.Веселова

3. При наблюдении с некоторого астероида видимый угловой диаметр Солнца равен $20'$. Сколько минут сигнал будет идти от астероида до Земли в тот момент, когда астероид находится в восточной квадратуре для земного наблюдателя? Орбиты Земли и астероида считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

Решение:

Определим радиус орбиты астероида. С Земли Солнце видно под углом около $31'$, угловые размеры обратно пропорциональны расстоянию, тогда радиус орбиты астероида будет равен

$$r = \frac{31}{20} = 1.55 \text{ а. е.}$$

Расстояние до астероида в квадратуре оценим по теореме Пифагора:

$$d = \sqrt{r^2 - 1^2} \approx 1.2 \text{ а. е.}$$

Время распространения сигнала будет равно расстоянию, деленному на скорость света:

$$t = \frac{1.2 \cdot 1.5 \cdot 10^8 \text{ км/с}}{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}} = 600 \text{ с} = 10 \text{ минут.}$$

А.В.Веселова

4. Вокруг желтого карлика по круговым орбитам в одной плоскости обращаются несколько небольших планет. Выберите верные утверждения.
- (a) Если отношение периодов обращения двух планет равно $2 : 3$, то радиусы орбит этих планет находятся в отношении $4 : 9$.
- (b) При увеличении радиуса круговой орбиты втрое орбитальная скорость снизится примерно в 1.7 раза.
- (c) При увеличении периода обращения по круговой орбите вдвое орбитальная скорость возрастает примерно в 1.4 раза.
- (d) При внезапном увеличении массы звезды в полтора раза орбиты планет превратятся из круговых в параболические.

- (е) При внезапном уменьшении массы звезды втрое орбиты планет превратятся из круговых в гиперболические.
- (f) Если радиусы орбит двух планет относятся как 1 : 3, то их синодический период может быть равным 6 земным годам.

Решение:

- (а) Нет. Периоды обращения планет относятся как 2 : 3, то есть $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3}$. Отношение радиусов орбит можно определить из III закона Кеплера:

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt[3]{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = 0.76 > \frac{4}{9}.$$

- (b) Да. Скорость на круговой орбите зависит от массы звезды M и радиуса орбиты r как

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

Вычислим отношение скоростей на первоначальной и увеличенной орбитах:

$$\frac{v_0}{v} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{r}}}{\sqrt{\frac{GM}{3r}}} = \sqrt{3} \approx 1.73.$$

- (с) Нет. С ростом периода обращения растет и радиус круговой орбиты. В предыдущем пункте показано, что орбитальная скорость обратно пропорциональна корню из расстояния. Следовательно, увеличение периода обращения приводит к уменьшению орбитальной скорости.
- (d) Нет. Запишем выражение для полной энергии планеты на орбите. Кинетическая энергия планеты массы m равна $\frac{mv^2}{2}$, потенциальная энергия равна $-\frac{GMm}{r}$, поэтому полная энергия

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2r} < 0.$$

При мгновенном изменении массы звезды планета сохранит кинетическую энергию (мгновенное значение скорости сохранится), но потенциальная энергия уменьшится (ее модуль увеличится). Следовательно, полная энергия планеты станет меньше, чем энергия на круговой орбите. На параболической траектории полная энергия равна нулю. Следовательно, увеличение массы не может привести к переходу на параболическую траекторию. Орбита станет эллиптической, а точка, в которой планета находилась в момент смены массы звезды, станет апоастром новой орбиты.

- (е) Да. Для перехода на гиперболическую траекторию требуется, чтобы полная энергия планеты стала положительной. Тогда, преодолев тяготение звезды, планета удалится на сколь угодно большое расстояние (если пренебречь влиянием других тел), сохранив при этом ненулевую скорость.

Скорость на круговой орбите мы уже знаем, определим полную энергию планеты после уменьшения массы звезды:

$$E' = \frac{mv^2}{2} - \frac{GmM/3}{r} = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{3r} = \frac{GMm}{6r} > 0.$$

Таким образом, переход на гиперболическую траекторию возможен.

- (f) Да. Будем считать, что планеты движутся в одном направлении. Пусть радиусы орбит равны r и $3r$. Покажем, что указанный в условиях синодический период достигим. В системе единиц «год – а. е. – масса Солнца» выразим периоды обращения:

$$T_1 = \sqrt{r^3/M}, \quad T_2 = \sqrt{(3r)^3/M},$$

тогда синодический период будет равен

$$S = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} = \frac{\sqrt{r^3/M} \cdot \sqrt{(3r)^3/M}}{\sqrt{(3r)^3/M} - \sqrt{r^3/M}} = \frac{3\sqrt{3} \cdot r^3/M}{\sqrt{r^3/M} \cdot (3\sqrt{3} - 1)} = \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt{\frac{r^3}{M}} = 6.$$

Отсюда получаем уравнение для радиуса орбиты внутренней планеты:

$$r = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot (3\sqrt{3} - 1)\right)^2 \cdot M}.$$

По условию звезда является желтым карликом, следовательно, масса несильно отличается от 1, тогда r составит примерно 3 а. е.

А.В.Веселова

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (a) В 10 парсеках содержится более 20 световых лет.
- (b) Если объект имеет параллакс, равный 2 угловым секундам, то расстояние до него равно 2 парсекам.
- (c) Если объект имеет параллакс, равный 0.25 угловой секунды, то расстояние до него равно 4 парсекам.
- (d) Если радиусы планет с твердой поверхностью различаются вдвое, то массы отличаются не более чем в 5 раз.
- (e) Капелла является незаходящей звездой в Санкт-Петербурге.
- (f) Точка зимнего солнцестояния находится в созвездии Стрельца.
- (g) В среднем между двумя последовательными океанскими приливами в одном месте Земли проходит примерно 13 часов.
- (h) Чем больше диаметр объектива телескопа, тем более контрастное изображение протяженного объекта на нем можно получить.

Решение:

- (a) Да. В 1 парсеке содержится около 3.26 светового года, следовательно, в 10 парсеках содержится более 30 световых лет.
- (b) Нет. В вопросе не сказано, о каком конкретно параллаксе идет речь, но для суточного параллакса расстояние заведомо слишком велико, а для годичного параллакса верно соотношение: годичный параллакс, выраженный в угловых секундах, обратно пропорционален расстоянию в парсеках. Годичный параллакс, равный $2''$, соответствует расстоянию 0.5 парсека.
- (c) Нет. Тут для годичного параллакса соотношение выполняется, но из условия вопроса не следует, что речь идет именно о нем.

- (d) Нет. Если радиусы отличаются вдвое, то объемы планет отличаются в $2^3 = 8$ раз. Следовательно, если предположить одинаковую плотность планет, их массы будут отличаться в 8 раз. Еще проще сравнить Землю и Марс: радиус Земли чуть менее, чем вдвое больше радиуса Марса, масса же при этом превышает марсианскую в 9 раз.
- (e) Да. Капелла является яркой звездой в созвездии Возничего, которое располагается недалеко от Большой Медведицы. Склонение Капеллы $\delta = 46^\circ$. Тогда минимальная высота нижней кульминации $h_{\text{нк}} = -90^\circ + 60^\circ + 46^\circ > 0$.
- (f) Да, несмотря на то, что ее обозначение совпадает с обозначением Козерога — раньше из-за прецессии земной оси она находилась в Козероге.
- (g) Нет. Между двумя последовательными верхними кульминациями Луны в одном и той же месте проходит чуть менее 25 часов, период повторения приливов в два раза меньше, поэтому он оказывается менее 12.5 часов.
- (h) Нет. Контрастность изображения протяженного объекта определяется не только собираемой телескопом от него энергией в единицу времени (зависящей от площади объектива), но и площадью в фокальной плоскости, на которую эта энергия распределяется (а она зависит от фокусного расстояния объектива F). Поэтому наиболее контрастные изображения протяженных объектов получаются не на телескопах с большим диаметром объектива D , а на телескопах с большей светосилой $(D/F)^2$.

А.В.Веселова, А.А.Осетрова, П.А.Тараканов