

Задачи

Задание включает **4 задачи**. Необходимо привести наиболее полное и обоснованное решение каждой из них.

Итого по задачам можно набрать **80 баллов**. Время – **90 минут**

Задача 1. (30 баллов)

В закрытой экономике частное потребление равно $C = 50 + (2/3)Y_d$ млрд р., где Y_d — располагаемый доход. Инвестиции постоянны и равны 50 млрд р.

Доходы государственного бюджета состоят только от поступлений от подоходного налога, взимаемого с населения по ставке t за каждый заработанный рубль. Расходы бюджета — государственные закупки, определяемые правительством. В 2016 году из-за кризиса бюджет страны имел дефицит, поэтому председатель правительства сделал заявление о бюджете на следующий год:

«Денег нет, но вы держитесь! В 2017 году наш бюджет будет сбалансирован. Чтобы достичь баланса, мы либо поднимем ставку подоходного налога в 2,5 раза, либо урежем госзакупки втрое. Всего доброго, хорошего настроения и здоровья!»

а) (10 баллов) Какую меру из предложенных двух должно выбрать правительство, если оно хочет, чтобы сокращение реального ВВП в 2017 году было меньше?

б) (20 баллов) На какую величину в результате сократится реальный ВВП?

Решение.

а) Способ 1. Пусть t — ставка налога в 2016 году, G — объем госзакупок, а Y_1 и Y_2 — значения ВВП при выборе первой и второй меры соответственно. Для сбалансированности бюджета в 2017 году нужно, чтобы доходы бюджета были равны расходам. В первом варианте это будет означать:

$$2,5t \cdot Y_1 = G$$

а во втором —

$$t \cdot Y_2 = G/3$$

Отсюда получаем

$$Y_1 = \frac{G}{2,5t}, \quad Y_2 = \frac{G}{3t}$$

(По 4 балла за составление каждого из уравнений баланса)

Отсюда ясно, что первая мера снижает ВВП не так сильно, как вторая. (2 балла за выражение значения Y и выбор меры.)

Способ 2. Можно найти изменения ВВП при применении обеих мер непосредственно, а затем сравнить их. В первом случае новый ВВП должен получиться равным 400, а во втором — равным $1000/3$ (решение приведено в пункте б)). Таким образом, участник может просто решить пункт б), а выводы пункта а) будут следовать из него автоматически.

(При таком способе решения **6 баллов** должно ставиться за составление корректной системы уравнений (3.1) (по 1 баллу за каждое уравнение), **2 балла** — за ее решение (возможно, неполное, но достаточное для сравнения Y_1 и Y_2) и **2 балла** — за сравнение Y_1 и Y_2 .)

б) обозначим за Y_0 объем ВВП в 2016 году. Тогда выполнена система уравнений

$$\begin{cases} Y_0 = 50 + \frac{2}{3}(Y_0 - tY_0) + 50 + G \\ Y_1 = 50 + \frac{2}{3}(Y_1 - 2,5tY_1) + 50 + G \\ Y_2 = 50 + \frac{2}{3}(Y_2 - tY_2) + \frac{50G}{3} \\ 2,5t \cdot Y_1 = G \\ t \cdot Y_2 = G/3 \end{cases}$$

(По 3 балла за каждое из уравнений системы. При этом система может быть приведена в пункте а), в этом случае ее нужно оценить еще раз)

Первые три уравнения представляют собой формулу ВВП по расходам ($Y = C + I + G + X_n$), записанную для 2016 года и для двух вариантов развития событий в 2017 году. Остальные два уравнения являются условиями сбалансированности бюджета для двух рассматриваемых политик.

Решать эту систему можно, например, так.

1. Подставляя $2,5tY_1$ из четвертого уравнения во второе, получаем $Y_1 = 50 + 2/3(Y_1 - G) + 50 + G$, откуда $Y_1 = 300 + G$. Подставляя tY_2 из пятого уравнения в третье, получаем, что $Y_2 = 50 + 2/3(Y_2 - G/3) + 50 + G/3$, откуда $Y_2 = 300 + G/3$.

2. Деля четвертое уравнение на пятое (это можно делать, поскольку налог и госзакупки по условию существуют), получаем $Y_1/Y_2 = 6/5$, и значит, $5(300 + G) = 6(300 + G/3)$, откуда $G = 100$. Значит, $Y_1 = 400$. Из четвертого уравнения получаем, что $t = 10\%$.

3. Наконец, найдем ВВП в 2016 году из первого уравнения. Подставляя найденные значения ставки налога и госзакупок, получаем, что $Y_0 = 50 + 2/3 \cdot 0,9Y_0 + 50 + 100$, откуда $Y_0 = 200/0,4 = 200 \cdot 2,5 = 500$.

Значит, сокращение ВВП при повышении ставки налога составит $Y_0 - Y_1 = 500 - 400 = 100$.

(4 балла за любое корректное решение системы уравнений, 1 балл за ответ. Если участник привел ответ для неправильно выбранной меры (то есть неверно решил пункт а)), то балл за ответ не ставится, а баллы за решение системы ставятся пропорционально продвижению в этом решении.

Задача 2. (28 баллов)

Экономика страны характеризуется следующими макроэкономическими показателями:

Потребительские расходы (С)	800
Амортизация (А)	150
Чистый экспорт (X_n)	100
Косвенные налоги ($Tx^{косв}$)	70
Чистый доход иностранных факторов (ЧДИФ)	80
Сальдо государственного бюджета (СГБ)	-96
Нераспределенная прибыль корпораций ($\pi^{пер}$)	120
Инвестиции (I)	600
Взносы на социальное страхование (СС)	60
Проценты по государственным облигациям (ГК)	50
Трансфертные платежи (Тр)	200
Доля налога на прибыль корпораций в ВВП	0,08
Индивидуальные налоги ($Tx^{инд}$)	180

Определить:

ВВП (валовой внутренний продукт), ЧВП (чистый внутренний продукт), НД (национальный доход), ЛД (личный доход), G (государственные закупки товаров и услуг), S (личные сбережения), $Tx^{приб}$ (налог на прибыль корпораций)

Решение:

Для решения задачи воспользуемся набором известных уравнений:

$$\begin{cases} ВВП = C + I + G + X_n \\ ВВП = НД + A + T_x^{косв} + ЧДИФ \\ СГБ = T_x^{косв} + T_x^{инд} + T_x^{приб} + СС - G - Tr - ГКО \end{cases}$$

дополнив их соотношением между ВВП и $T_x^{косв}$

$$\begin{cases} ВВП = 800 + 600 + G + 100 \\ ВВП = НД + 150 + 70 + 80 \\ -96 = 70 + 180 + T_x^{приб} + 60 - G - 200 - 50 \\ T_x^{приб} = 0,08ВВП \end{cases}$$

$$\begin{cases} ВВП = 1500 + G \\ ВВП = НД + 300 \\ -156 = 0,08ВВП - G \end{cases}$$

$$\begin{cases} ВВП = 1500 + 0,08ВВП + 156 \\ ВВП = НД + 300 \end{cases}$$

$$0,92ВВП = 1656 \quad ВВП = 1800 \quad НД = 1800 - 300 = 1500$$

$$ЧВП = ВВП - A = 1800 - 150 = 1650 \quad G = ВВП - 1500 = 300$$

$$T_x^{косв} = 0,08 * 1800 = 144$$

$$ЛД = НД - СС - T_x^{приб} - \pi^{нер} + Tr + ГКО$$

$$ЛД = 1500 - 60 - 144 - 120 + 200 + 50 = 1426$$

$$S = ЛД - T_x^{инд} - C = 1426 - 180 - 800 = 446$$

Примерные критерии оценивания:

Вывод значения каждого из требуемых показателей: **4 балла**;

Задача 3. (10 баллов).

В стране N функция спроса на товар A задаётся уравнением $Q = 20 - P$. Функция рыночного предложения на товар линейна. Известно, что её эластичность постоянна и равна 1, а в равновесии продаётся 10 единиц товара. Для того чтобы финансировать военные расходы, государство решает ввести налог на товар A.

Однако в парламенте начались дебаты по поводу того, как следует вводить налог для получения большего налогового сбора. Один парламентарий считает, что надо ввести потоварный налог на покупателей в виде фиксированной платы за каждую купленную единицу товара. Другой – что следует облагать налогами производителей, притом ввести налог в виде процента от выручки.

Считая, что все граждане и все фирмы уплатят налоги, а государство максимизирует налоговые сборы, ответьте на следующие вопросы:

- 1) Какой оптимальный налог следует ввести государству, если устанавливать потоварный налог с покупателей, и какие налоговые сборы получится собрать?
- 2) Какой оптимальный налог следует установить, если устанавливать процентный налог на выручку (следовать совету второго депутата), и какие налоговые сборы получится собрать?
- 3) Какой вариант, исходя из цели максимизации налоговых сборов, предпочтительнее?

Решение:

Эластичность функции спроса постоянна, поэтому она задаётся уравнением

$Q = k \cdot P$. В равновесии продаётся 10 единиц товара, поэтому $k = 1$ (так как на кривой есть точка $Q = P = 10$).

1) Когда вводится потоварный налог на покупателей, можно сказать, что уравнение спроса будет описываться так: $Q = 20 - (P + t) = 20 - P - t$

$$\begin{aligned} Q^S &= P \\ 20 - t - Q &= Q \\ Q &= \frac{1}{2}(20 - t) \end{aligned}$$

Налоговые сборы вычисляются по формуле:

$$T = t \cdot Q = \frac{1}{2} \cdot t \cdot (20 - t)$$

Это парабола с ветвями вниз, поэтому есть максимум в вершине:

$$t^* = 10$$

$$T = 0,5 \cdot 10 \cdot 10 \quad \text{(3 балла)}$$

2) Когда вводится налог на выручку, меняются стимулы каждой фирмы. Теперь каждая фирма максимизирует функцию прибыли: $PR = (1 - t)TR - TC$.

Тогда в оптимуме $(1 - t)MR = MC$.

Тогда уравнение новой кривой предложения будет иметь вид: $P \cdot (1 - t) = Q$

$$\begin{aligned} Q &= 20 - P \\ Q &= \frac{1-t}{2-t} \cdot 20 \end{aligned}$$

Тогда налоговые сборы вычисляются по формуле: $T = t \cdot P \cdot Q$ (3 балла).

Сделаем замену переменных. Введём параметр k . Параметр $k = P^d - P^s$.

С другой стороны, $k = t \cdot P$.

Тогда имеет место равенство $20 - Q - k = Q$. Или $Q = \frac{1}{2(20-k)}$.

В таком случае максимизируем функцию $\frac{1}{2}(20 - k) \cdot k$.

Аналогично пункту 1) оптимальным является $k = 10$

$$P = 15.$$

$$\begin{aligned} k &= t \cdot P \\ 10 &= t \cdot 15 \end{aligned}$$

$$t^* = \frac{2}{3} \text{ или же } 66\frac{2}{3} \%$$

Можно решать и без замены переменных, просто максимизируя функцию налоговых сборов.

У пункта есть и более простое решение. Поскольку ясно, что любой налог в процентах от выручки – это эквивалент какого-то потоварного налога, найдём, какой процент от цены покупателя составляет старый налог. Цена покупателя была $P = 20 - Q = 15$, старый налог вводился по ставке 10, значит, эквивалентный адвалорный налог составляет $2/3$ от выручки (66,6%). Сумма налоговых сборов аналогично пункту 1) равна 50 (3 балла).

3) Безразлично (1 балл).

Ответ:

1) 10, налоговые сборы 50; 2) $66\frac{2}{3}\%$, налоговые сборы 50; 3) безразлично.

Задача 4. (12 баллов)

Для плавательного бассейна «Акватика» длиной 50 м, шириной 10 м и глубиной 2 м необходимая концентрация очистительных средств составляет 10%. Для очистки можно использовать вещества двух типов: вещество α и вещество β . Оба вещества по условию долгосрочного контракта закупаются в фирме «Чисто-Быстро». Каждый кубометр вещества α стоит 79 рублей, а вещество β уникально и его цена зависит от количества приобретенного объема. Первый приобретенный кубометр этого вещества стоит 10 рублей, а каждый последующий приобретенный кубометр обходится покупателю на два рубля дороже, чем предыдущий. Условия приобретения и доставки таковы: любой покупатель может приобретать оба вещества лишь в объеме, кратном одному кубометру; при покупке только вещества α , стоимость доставки составляет 4000 рублей, но если покупатель приобретает хотя бы один кубометр вещества β , то в рамках рекламной акции доставка всей покупки становится для него бесплатной. Во сколько обойдется «Акватике» очистка бассейна?

Решение:

«Акватика» минимизирует затраты на очистку бассейна.

Необходимо приобрести $0,1 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 2 = 100$ кубометров очистительных средств **(2 балла)**.

Необходимо приобретать вещество β , пока предельные затраты на кубометр этого вещества не больше, чем предельные затраты на кубометр вещества α . **(2 балла)**

Используя сумму n -ого члена арифметической прогрессии, найдем, сколько кубометров n вещества β стоит приобрести, исходя из условий **(2 балла)**:

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 10 + 2(n-1) \leq 79 \text{ и } a_{n+1} = a_1 + nd = 10 + 2n > 79$$

определим, что $n=35$ и 35-ый кубометр вещества β будет стоить ровно 78 рублей **(3 балла)**. Тогда расходы «Акватики» при покупке обоих веществ составят $79 \cdot (100-35) +$

$$79 \cdot (100-35) + \frac{10+78}{2} \cdot 35 = 6675. \text{ (4 балла)}$$

Следует также проверить, не дешевле ли купить только вещество α : при покупке только вещества α расходы составили бы $79 \cdot 100 + 4000 = 11900 > 6675$. **(2 балла)**

Ответ: расходы составят 6675 рублей.