ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2017/18 гг.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ЭКОНОМИКА
9-11 КЛАСС

ОТВЕТЫ
ВТОРОЙ ТУР
ЗАДАЧИ
Время выполнения работы – 80 минут.
Максимальное количество баллов 45 баллов

Задача 1 (12 баллов).
В банк помещена сумма 335500 рублей под 20% годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после начисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму (целое число рублей). К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным не менее чем на 476%. Какую наименьшую сумму вкладчику необходимо ежегодно добавлять к вкладу?

Решение:

1 способ

Внесено на вклад	Через год	Через два	Через три	Через четыре	Через пять
335500	$335500\cdot 1{,}2$	$335500\cdot 1{,}2^2$	$335500\cdot 1{,}2^3$	$335500\cdot 1{,}2^4$	$335500\cdot 1{,}2^5$
	x	$x\cdot 1{,}2$	$x\cdot 1{,}2^2$	$x\cdot 1{,}2^3$	$x\cdot 1{,}2^4$
		x	$x\cdot 1{,}2$	$x\cdot 1{,}2^2$	$x\cdot 1{,}2^3$
			x	$x\cdot 1{,}2$	$x\cdot 1{,}2^2$
				x	$x\cdot 1{,}2$
				За весь период	$\geq 5{,}76\cdot 335500$

$$335500\cdot 1{,}2^5+x\cdot 1{,}2^4+x\cdot 1{,}2^3+x\cdot 1{,}2^2+x\cdot 1{,}2\geq 5{,}76\cdot 335500$$

$1{,}2=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$**(1 балл)**

$335500 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^5 + x \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^4 + x \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^3 + x \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^2 + x \cdot \left(\frac{6}{5}\right) \geq 5{,}76 \cdot 335500$**(1 балл)**

$x \cdot \frac{6}{5}\left(\left(\frac{6}{5}\right)^3 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{6}{5} + 1\right) \geq 335500 \cdot \left(5{,}76 - \left(\frac{6}{5}\right)^5\right)$**(1 балл)**

$x \cdot \frac{6}{5}\left(\left(\frac{6}{5}\right)^3 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{6}{5} + 1\right) \geq 335500 \cdot \left(\frac{576}{100} - \left(\frac{6}{5}\right)^5\right)$**(1 балл)**

$x \cdot \frac{6}{5}\left(\left(\frac{6}{5}\right)^3 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{6}{5} + 1\right) \geq 335500 \cdot \frac{6}{5}\left(\frac{96}{20} - \left(\frac{6}{5}\right)^4\right)$**(1 балл)**

$x \cdot \left(\left(\frac{6}{5}\right)^3 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{6}{5} + 1\right) \geq 335500 \cdot \left(\frac{24}{5} - \left(\frac{6}{5}\right)^3\right)$**(1 балл)**

$x \cdot \left(\left(\frac{6}{5}\right)^3 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{6}{5} + 1\right) \geq 335500 \cdot \frac{6}{5}\left(\frac{4}{1} - \left(\frac{6}{5}\right)^3\right)$**(1 балл)**

Посчитаем сумму геометрической прогрессии

$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$**(1 балл)**

$$\left(\frac{6}{5}\right)^3 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{6}{5} + 1 = \frac{1\left(\left(\frac{6}{5}\right)^4 - 1\right)}{\frac{6}{5} - 1} = \frac{\left(\left(\frac{6}{5}\right)^2 + 1\right)\left(\left(\frac{6}{5}\right)^2 - 1\right)}{\frac{6}{5} - 1} =$$

$= \frac{\left(\left(\frac{6}{5}\right)^2 + 1\right)\left(\frac{6}{5} - 1\right)\left(\frac{6}{5} + 1\right)}{\frac{6}{5} - 1} = \left(\left(\frac{6}{5}\right)^2 + 1\right)\left(\frac{6}{5} + 1\right) = \left(\frac{36}{25} + 1\right)\left(\frac{6}{5} + 1\right) = \frac{61}{25} \cdot \frac{11}{5}$**(2 балла)**

$$x \cdot \left(\frac{61}{25} \cdot \frac{11}{5}\right) \geq 335500 \cdot \frac{6}{5}\left(\frac{4}{1} - \frac{216}{125}\right)$$

$$x \cdot \left(\frac{61}{25} \cdot \frac{11}{5}\right) \geq 335500 \cdot \frac{6}{5}\left(\frac{500 - 216}{125}\right)$$

$x \geq \frac{335500 \cdot 6 \cdot 284 \cdot 25 \cdot 5}{5 \cdot 125 \cdot 61 \cdot 11}$; **(1 балл)**

$$\frac{335500 \cdot 6 \cdot 284 \cdot 25 \cdot 5}{5 \cdot 125 \cdot 61 \cdot 11} = \frac{335500 \cdot 6 \cdot 284}{5 \cdot 61 \cdot 11} = \frac{5500 \cdot 6 \cdot 284}{5 \cdot 11} = \frac{500 \cdot 6 \cdot 284}{5}$$
$$= 100 \cdot 6 \cdot 284 = 170400$$

$x \geq 170400$**(1 балл)**

Ответ: 170400 рублей.

2 способ

Общая сумма, причитающаяся вкладчику, включая дополнительные вклады в течение четырех лет и все процентные начисления, к концу пятого года хранения денег составляет 576 (100+476) процентов от первоначального (335500 руб.). Эта сумма равна:

$335500 \cdot 5{,}76 = 3355 \cdot 576 = 61 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 2^4 \cdot 6^2$ (руб.)**(1 балл)**

Некоторая часть найденной суммы образована хранением первоначально вложенной суммы (335500 руб.) Вычислим эту часть. Поскольку процентная надбавка начислялась в размере 20% годовых, то за 5 лет хранения этой части вклада вложенная сумма увеличилась в $1{,}2^5 = \frac{6^5}{5^5}$ раза.

То есть стала: $\frac{335500 \cdot 6^5}{5^5} = \frac{61 \cdot 11 \cdot 5^3 \cdot 2^2 \cdot 6^5}{5^5} = \frac{61 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 6^5}{5^2}$ (руб.)**(1 балл)**

Теперь найдем другую часть образованной суммы с учетом дополнительных вкладов в течение четырех лет, а также процентных начислений на эту сумму. Эта часть равна разности двух сумм, вычисленных выше.

$61 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 2^4 \cdot 6^2 - \frac{61 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 6^5}{5^2} = \frac{61 \cdot 11 \cdot 2^4 \cdot 6^2 \cdot 5^3 - 61 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 6^5}{5^2} = \frac{61 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 6^2 (2^2 \cdot 5^3 - 6^3)}{5^2} =$

$= \frac{61 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 6^2 \cdot 284}{5^2}$(руб.)**(2 балла)**

Это — с одной стороны. С другой же стороны эта сумма образовалась так:

Пусть вкладчик в конце года и еще три раза в следующие годы вносил дополнительный вклад в сумме x руб. В конце первого года хранения этой суммы (к концу второго года от открытия вклада) она выросла до $\frac{6}{5}x$ руб. Вкладчик дополнительно внес еще x руб.

На начало следующего календарного года эта часть суммы стала: $\frac{6}{5}x + x = \frac{11}{5}x$ (руб.)**(1 балл)**

Через год эта сумма выросла до: $\frac{11}{5}x \cdot \frac{6}{5} = \frac{66}{25}x$ (руб.)**(1 балл)**

Но вкладчик внес на счет еще x руб. Сумма стала: $\frac{66}{25}x + x = \frac{91}{25}x$ (руб.)**(1 балл)**

Через год эта сумма выросла до: $\frac{91}{25}x \cdot \frac{6}{5} = \frac{546}{125}x$ (руб.)**(1 балл)**

Вкладчик вновь внес на счет x руб. Часть вклада становится равной: $\frac{546}{125}x + x = \frac{671}{125}x$ (руб.)**(1 балл)**

К концу последнего года хранения всего вклада эта часть вырастает до:

$\frac{671}{125}x \cdot \frac{6}{5} = \frac{61 \cdot 11 \cdot 6}{5^4}x$ (руб.)**(1 балл)**

Теперь решим неравенство: $\frac{61 \cdot 11 \cdot 6}{5^4}x \geq \frac{61 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 6^2 \cdot 284}{5^2}$

$x \geq \frac{61 \cdot 11 \cdot 2^2 \cdot 6^2 \cdot 284 \cdot 5^4}{5^2 \cdot 61 \cdot 11 \cdot 6}$**(1 балл)**

$x \geq 2^2 \cdot 6 \cdot 284 \cdot 5^2$; $x \geq 170400$**(1 балл)**

Итак, искомая сумма равна 170400 руб.

Ответ: 170400 рублей.

Задача 2 (15 баллов).

Фирма СуперLtd единственная в отрасли. Функция спроса на продукцию фирмы СуперLtd. имеет вид:Qd = 50 – P, функция затрат этой же фирмы TC= 80+ 4Q+ Q^2 .

Определите, как изменится рыночная цена и прибыль фирмы СуперLtd. если в стране будут введены следующие налоги:

А) налог в размере 10 ден. ед. с каждой единицы товара;

Б) налог на выручку в размере 20% (оба случая рассмотрите по отдельности, сравните с прибылью и ценой до введения налога).

Решение:

1) Для нахождения прибыли до введения налога перепишем функцию спроса как обратную P=50-Q, найдем общую выручку TR=P*Q=(50-Q)*Q=50Q-Q^2,**(1 балл)**

   Найдем предельную выручку: MR=$TR^{/}$= $(50Q-Q^2)^{/}$= 50-Q. Найдем прибыль до введения налога, используем равенство MR = MC

MR = 50 – 2Q, MC = 4 + 2Q

Решим уравнение 50 – 2Q = 4 +2Q, отсюда Q = 11,5 P = 38,5, **(2 балла)**
TR = 442,75 TC = 258,25 П = 184,5 **(1 балл)**
2) Налог в размере 10 единиц увеличит общие издержки на 10Q.
TC_2= 80+ 4Q+ Q^2+10Q = 80 +14Q + Q^2, MC_2= 14 + 2Q, **(1 баллов)**
MR = 50 – 2Q (не изменится) **(1 балл)**
Решим уравнение 50 – 2Q = 14 +2Q, отсюдаQ = 9 P = 41, **(2 балла)**
TR = 369 TC = 287 П = 82 **(1 балл)**
Цена увеличилась на 2,5 ед., прибыль упала на 102,5 **(1 балл)**
3) Налог на выручку уменьшит выручку продавцов на 20%

1 способ решения:TR_2 = (50Q – Q^2)*0,8 = 40 Q – 0,8 Q^2 **(1 балл)**
MR = 40 – 1,6Q, **(1 балл)**
MC = 4 + 2Q**(1 балл)**
Решим уравнение 40 – 1,6Q = 4 +2Q, отсюда Q = 10 P = 40,
TR = 400 (до налога) TR после уплаты налога = 400*0,8 = 320, TC = 220 П = 100 **(1 балл)**
Цена увеличилась на 1,5 ед., прибыль упала на 84,5 ед.**(1 балл)**
2 способ решения:
Введем налог в функцию TC:
TC_2 = TC1 + 0,2TR = (80 +4Q + Q^2) +(50Q - Q^2)*0,2 = 80 +14Q + 0,8 Q^2 **(2 балла)**
MC_2 = 14 +1,6Q**(1 балл)**
Решим уравнение 50 – 2Q = 14 +1,6Q, отсюда Q = 10 P = 40,**(1 балл)**
TR = 400, TC = 300, П = 100**(1 балл)**

Ответ:
А) Цена увеличилась на 2,5 ед., прибыль упала на 102,5 ед.
Б) Цена увеличилась на 1,5 ед., прибыль упала на 84,5 ед.

Задача3 (18 баллов).

В начале года фирма «Игрикс» закупила ресурсы α, β и γ для производства товаров X и Y. Объем закупки ресурсов представлен в столбце Q таблицы, цены - в столбце P. Чтобы сделать единицу товара X, нужно потратить CX шт. соответствующего ресурса, для единицы товара Y нужно CY шт. (см. таблицу). На производство одной единицы продукта X один работник затрачивает 15 минут, а на производство одной

единицы продукта Y - 12 минут. Часовая ставка заработной платы равна 10 д. е.

Ресурс	Q(шт.)	P (д. е.)	C_X	C_Y	R(шт.)	W (д. е.)
α	20 000	4	2	0	200	3
β	15 000	3	0	3	150	1,5
γ	44 850	2	3	3	300	1

Летом на рынке появились более качественные и дешевые импортные аналоги продуктов X и Y, так что спрос на продукты фирмы «Игрикс» упал, и цены понизились. В результате единицу продукта X можно продать за 15 д. е., а единицу продукта Y — за 12 д. е. Руководство фирмы решило начать выпуск продукта Z, для чего планируется использовать оборудование, занятое производством товаров X и Y. Фирма уже заключила договор с поставщиком необходимых для производства продукта Z ресурсов. Однако на складе еще остались старые ресурсы, количество которых представлено в столбце R. Ожидая поставок ресурсов для производства продукта Z, фирма может продолжать выпуск продуктов X и Y, используя оставшееся у нее сырье, или же может прекратить их производство. Любое неиспользованное сырье она может продать по ценам, указанным в столбце W.

Какое решение следует принять фирме? Свой ответ обоснуйте расчетами и пояснениями.

Решение:

При принятии решения об объемах производства или же его прекращении, затраты на покупку ресурсов учитывать не следует, так как эти расходы были совершены в прошлом и изменить их величину уже невозможно, независимо от принятого решения.При принятии решения учитываются только доходы и расходы будущих периодов. **(3 балла)**

Расходами, которые может понести фирма при решении продолжить производство продуктов X и Y являются только расходы на заработную

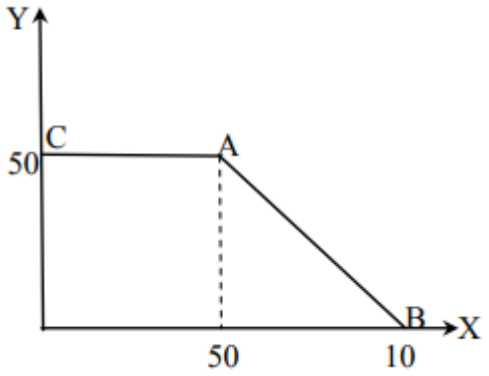
плату: 2,5 д.е. ($10:(\frac{60}{15})$) в расчете на единицу продукта X, и 2 д.е. (($10:(\frac{60}{12})$) в расчете на единицу продукта Y. **(2 балла)**

Таким образом, если фирма принимает решение продолжать производство продуктов X и Y, то она может получить прибыль в размере 15-2,5 =12,5 д.е. с каждой единицы продукта X и 12-2=10 д.е. с каждой единицы продукта Y. **(1 балл)**

Если же фирма принимает решение прекратить производство, то она может получить доход от продажи ресурсов. А именно, если не производится одна единица X, фирма может получить 2*3+3*1=9 д.е. (стоимость ресурсов, необходимых для производства этого продукта), а если не производится единица продукта Y, то 3*1,5+3*1= 7,5 д.е. **(1 балл)**

Очевидно, что лучшим выбором для фирмы является решение продолжить производство обоих продуктов. Осталось решить вопрос об объемах производства.**(1 балл)**

Определим максимально возможные объемы производства продуктов X и Y при имеющемся запасе ресурсов, изобразив их при помощи КПВ.



(3 балла)

Очевидно, что объемы производства, соответствующие точке C, фирме не выгодны, так как в этом случае она может произвести дополнительно еще 50 единиц продукта X, увеличив таким образом свою прибыль. **(1 балл)**

Так как расходы на производство единицы любого продукта не зависят от объемов производства, также, как и цены продуктов, то и прибыль (разница между ценой и затратами на оплату труда) от производства единицы продукта при движении по КПВ вдоль отрезка AB будет возрастать или сокращаться на одну и ту же величину.**(1 балл)**

Следовательно, в зависимости от величины удельных издержек и цен продуктов максимальная прибыль достигается либо в точке A, либо в точке B. Пусть фирма принимает решение выпускать 50 единиц продукта X и 50

единиц продукта Y (точка А). Тогда она получит от их продажи 50*12+50*15=1350 ден. ед., затратив на оплату труда 50*2,5+50*2=225 ден. ед. **(1 балл)**

При этом останется не использовано 100 единиц продукта α, от продажи которого можно получить 300 ден. ед. Итого в этом случае чистый доход фирмы составит 1350-225+300=1425 ден. ед.**(1 балл)**

Если же фирма принимает решение выпускать 100 единиц продукта X, то она получает от его продажи 100*15=1500 ден. ед., потратив на оплату труда 100*2,5=250 ден. ед. и еще получает выручку от продажи ресурса β 150*1,5=225 ден. ед..**(1 балл)**

Итого чистый результат равен 1500-250+225=1475 ден. ед., что больше, чем в точке А. **(1 балл)**

Выбор очевиден: нужно производить 100 единиц продукта X, а все остатки ресурса β продать.**(1 балл)**

Ответ: Фирме следует произвести 100 единиц продукта X, а также продать все остатки ресурса β.