

Ключи к тестовым заданиям

Блок 1. Включает 10 вопросов типа «Верно/Неверно». За каждый правильно выбранный ответ - 1 балл. Итого по тесту 1 – 10 баллов.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
да	да	да	нет	нет	да	нет	нет	да	нет

Блок 2. Включает 6 вопроса типа «4:1». Из нескольких вариантов ответов нужно выбрать единственно верный ответ. За каждый правильно выбранный вариант ответа – 2 балла. Итого по тесту 2 – 12 баллов.

Номер вопроса	Правильный ответ
11	а
12	г
13	б
14	г
15	а
16	в

Блок 3. Включает 4 вопросов типа «4:N». Из нескольких вариантов ответов нужно выбрать все верные ответы. За каждый полный вариант ответов – 3 балла. Итого – 12 баллов.

Номер вопроса	Правильный ответ
17	а,в,д
18	а,б,в
19	а,г
20	а,б,д

Задачи (решения)

Задача 1 (25 баллов)

Петров А.А. в начале января текущего года планирует разместить свои накопления в размере 200 тыс.руб. в банке. У него есть возможность положить средства на вклад «Выгодный» с годовой процентной ставкой 20%, которая зафиксирована на весь срок договора по вкладу, или на вклад «Доходный», по которому годовая процентная ставка на первый год обслуживания клиента составляет 30% и снижается в три раза на второй год обслуживания. Срок действия вклада для обоих вариантов размещения составляет 2 года. При досрочном закрытии вклада проценты по вкладу не начисляются. Вклад «Доходный» не предусматривает снятие средств в течение срока вклада. Вклад «Выгодный» разрешает снятие средств в течение срока действия вклада, но выплата процентов на сумму, снятую с депозита до момента начисления процентов, не производится. Начисления процентов по каждому вкладу осуществляется в конце каждого календарного года. Петров А.А. планирует положить средства в банк, зная, что 50 тыс.руб. он должен будет снять с депозита в начале второго года. Распределить свои средства между вкладами он может в любой пропорции.

1. Считая, что Петров А.А. стремится получить наибольший доход с депозита, определите, как следует ему распределить свои средства по предлагаемым вкладам?
2. Изменится ли ваш ответ, если на момент открытия вклада Петров А.А. не будет точно знать, возникнет ли у него необходимость снятия 50 тыс.руб.?

Решение:

15 баллов) Каждый рубль, размещенный в банке на вклад «Выгодный» к моменту закрытия вклада принесет $1 \cdot 1.2 \cdot 1.2 = 1,44$ рубля. Каждый рубль, размещенный в банке на вклад «Доходный» принесет к моменту закрытия вклада $1 \cdot 1.3 \cdot 1.1 = 1,43$ рубля. Поэтому даже при наличии ограничения на необходимость снятия 50 тыс.рублей в начале второго года все денежные средства следует разместить на вкладе «Выгодный».

10 баллов) в предыдущем пункте показано, что если возникнет необходимость снять 50 тыс. рублей, то выгоднее класть все деньги на «Выгодный» вклад. Теперь нужно проверить, где выгоднее хранить деньги, если такой необходимости не возникнет. На «Выгодном» вкладе доход Петрова А.А. составит $0,44 X$, а на «Доходном» – $0,43 X$, где X – сумма денег на вкладе. Следовательно, ответ не изменится: Петров А.А. получит максимальный доход, если положит все деньги на вклад «Выгодный».

Альтернативное решение 1 пункта:

15 баллов) По условию начисление происходит по сложному проценту. Поскольку деньги можно снимать только с «Выгодного» вклада, то Петрову А.А. логично положить 41 666,(6) руб. именно на этот вклад. Предположим, что дополнительно Петров А.А. кладет некоторую сумму денег X на этот же вклад, а остальную сумму (158 333, (3)руб. – X) – на вклад «Доходный». Тогда суммарный доход Петрова А.А. будет равен:

$$\begin{aligned} & [((41\ 666, (6) + X) \cdot 1,2 - 50\ 000) \cdot 1,2 + (158\ 333, (3) - X) \cdot 1,3 \cdot 1,1 \\ & \quad - 150\ 000] \\ & \quad 1,44X + 76\ 416, (6) - 1,43X \rightarrow \max_{X \leq 158\ 333, (3)} \end{aligned}$$

Выражение достигает максимума при $X=158\ 333, (3)$. Следовательно, Петров А.А. получит максимальный доход, если положит все деньги на «Выгодный» вклад, при этом его доход составит 78 тыс.руб.

Критерии проверки:

- за полное решение- максимальный балл, **25 баллов**;
- выписан только ответ – **2 балла**;
- если участник утверждает, что минимальная сумма, которую Петров А.А. должен положить на «Выгодный» составляет 50 тыс.руб., то баллы необходимо снизить (**до минус 5 баллов**);
- аргумент, что 288 тыс. (если все деньги положить на «Выгодный») > 286 тыс. (если все деньги положить на «Доходный») не является обоснованием в общем случае и не принимает во внимание тот факт, что Петров А.А. должен снять в начале второго года 50 тыс.руб., поэтому такие аргументы необходимо оценивать в **5 баллов**.

Задача 2 (25 баллов)

Столяр-краснодеревщик Иванов – единственный, кто делает сундуки в районе, где он проживает. Средний годовой доход в тыс. руб., который мог бы получать Иванов от продажи сундуков, описывается функцией $AR=25-Q$, где Q – количество (принимает только целочисленные значения) сундуков. Средние издержки производства одного изделия постоянны и равны 2 тыс.руб. Если столяр наймет одного ученика, которого будет бесплатно обучать своему мастерству, то средние издержки производства одного сундука снизятся в 2 раза.

Какую максимальную сумму денег в год готов был бы выплачивать Иванов своему ученику в качестве стипендии?

Решение:

Иванов готов будет взять ученика с оплатой стипендии, только если его прибыль не уменьшится. Столяр является монополистом в своём районе, его прибыль до того, как он нанял ученика равна

$$\Pi = TR(Q) - TC(Q) = ATR(Q) \cdot Q - AC(Q) \cdot Q = (25 - Q)Q - 2Q$$

Максимизируя свою прибыль, Иванов должен производить такое количество сундуков, при котором его дополнительный доход от производства последнего сундука не меньше, чем затраты на его производство, иначе стоило бы сократить количество производимой продукции.

$$\text{Т.е., } TR(\bar{Q}) - TR(\bar{Q} - 1) \geq TC(\bar{Q}) - TC(\bar{Q} - 1).$$

$$(25 - \bar{Q})\bar{Q} - (25 - (\bar{Q} - 1))(\bar{Q} - 1) \geq 2,$$

$$\bar{Q} \leq 12$$

Кроме того, дополнительный доход от выпуска ещё одного сундука не может быть

больше, чем издержки на его производство, иначе можно было бы выпустить ещё один сундук, увеличив прибыль. Т.е.,

$$TR(\bar{Q} + 1) - TR(\bar{Q}) \leq TC(\bar{Q} + 1) - TC(\bar{Q}).$$

$$(25 - \bar{Q} - 1)(\bar{Q} + 1) - (25 - \bar{Q})\bar{Q} \leq 2,$$

$$\bar{Q} \geq 11$$

Учтем, что возможно только целочисленное значение Q , тогда возможны два значения Q :

$$Q=12.$$

При этом будет установлена цена сундука $P=25-Q=25-12=13$ тыс. рублей. А прибыль краснодеревщика равна $13*12-2*12=132$ тыс. рублей. Или $Q=11$. При этом будет установлена цена сундука $P=25-Q=25-11=14$ тыс. рублей. А прибыль краснодеревщика составит $14*11-2*11=132$ тыс. рублей.

Таким образом, прибыль Иванова до того, как он взял ученика составляет 132 тыс. рублей. Если Иванов нанимает ученика без стипендии, то решая аналогичным образом задачу максимизации его прибыли получаем:

$$(25 - \bar{Q})\bar{Q} - (25 - (\bar{Q} - 1))(\bar{Q} - 1) \geq 1,$$

$$\bar{Q} \leq 12,5$$

Следует заметить, что дальнейшее снижение количества изделий приведёт к снижению прибыли. Если Иванов нанимает ученика без стипендии, то решая аналогичным образом задачу максимизации его прибыли получаем:

$$(25 - \bar{Q})\bar{Q} - (25 - (\bar{Q} - 1))(\bar{Q} - 1) \geq 1,$$

$$\bar{Q} \leq 12,5$$

$$(25 - \bar{Q} - 1)(\bar{Q} + 1) - (25 - \bar{Q})\bar{Q} \leq 1,$$

$$\bar{Q} \geq 11,5$$

Учитывая, что количество сундуков может быть только целым значением, получаем $Q=12$. При этом будет установлена цена сундука $P=25-Q=25-12=13$ тыс. рублей. А прибыль краснодеревщика равна $13*12-1*12=144$ тыс. рублей. Максимальный размер стипендии, который будет готов заплатить Иванов составляет разницу между его прибылью при работе с учеником или без него. Эта величина есть $144-132=12$ тыс. рублей.

Заметим, что оптимальное количество сундуков в каждом случае можно было найти и другим способом. Прибыль краснодеревщика до найма ученика составляет $\Pi=25-QQ-2Q$. Кривая, представляющая функцию прибыли, зависящей от объема продаж, является параболой, ветви которой направлены вниз, поэтому максимальное значение прибыли будет достигаться в точке, где $Q=11,5$. Учитывая, что количество сундуков может быть только целым значением, а парабола является симметричной относительно своей вершины, значения $Q=11$ и $Q=12$ дают одинаковое значение прибыли, которое и является максимальным в данном случае. Аналогично можно найти оптимальное значение сундуков, в том случае, когда нанят ученик.

Ответ: 12 тыс. рублей

Критерии проверки:

- полный балл за верное решение – **25 баллов**
- если для нахождения максимума прибыли использована производная, оценка снижается

на **2 балла**

- если не указано, на основании каких вычислений найден максимум (и это непонятно из расчетов), оценка снижается на **2 балла**

- если участник заметил, что количество сундуков должно быть целым числом (в решении получается число 11,5), но при этом использовал только одну соседнюю точку (11 или 12), а не проверил обе, или не обосновал, почему обе являются решением, то оценка снижается на **1 балл**

- если участник не обратил внимание, что количество сундуков – целое число, и не представил решение при $Q=11,5$ (максимальная стипендия в таком случае равна 11,75), то оценка снижается на **5 баллов**

Задача 3 (16 баллов)

В настоящее время участники мирового рынка стали активно использовать инструменты ограничивающие торговые отношения.

1. Какие последствия введения торговых барьеров вам известны? (перечислите и приведите примеры)
2. Какую цель может преследовать правительство страны при введении торговых барьеров? (перечислите и приведите примеры)

Решение (возможные варианты ответов):

Последствия:

- Увеличение занятости за счёт увеличения национального производства
- Потери потребителей (рост цен при защите от импорта)
- Рост доходов национальных производителей, конкурирующих с импортом
- Рост доходов государственного бюджета
- Неэффективное использование ресурсов (перераспределение ресурсов из отраслей со сравнительным преимуществом)
- Ослабление стимулов к НТП
- Опасность экономической войны между странами
- Падение цен факторов производства, интенсивно используемых в незащищаемых отраслях, и рост цен в защищаемых
- Ограничение доступа к внешнему финансированию
- Снижение доверия со стороны инвестора и др.

Цели:

- Рост доходов государственного бюджета
- Увеличение занятости
- Обеспечение безопасности государства.
- Защита молодых отраслей
- Защита потребителей от некачественных товаров
- Защита от дешёвой рабочей силы
- Защита от демпинга и др.

Критерии оценки:

- 1) Полный балл (**16 баллов**) за ответ на каждый вопрос выставляется, если в ответе сформулировано больше двух корректных примеров и приведены объяснения, которые дают представления о понимании проблемы.
- 2) Если в ответе сформулированы два корректных примера и приведены пояснения, то выставляется **10 баллов**.
- 3) Если в ответе сформулирован один корректный пример и приведены пояснения, то выставляется **6 баллов** (или 1 корректный пример и один не совсем точный).
- 4) Если в ответе сформулирован один корректный пример, но не приведены пояснения, то выставляется **2 балла**.
- 5) Если содержание ответа не даёт представления о понимании проблемы, поставленной в вопросе, то участник получает **0 баллов**.

Пояснение к задачам.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на Олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. Это накладывает высокую ответственность на преподавателей, выполняющих проверку, поскольку в каждой работе необходимо не столько проверить правильность ответа, сколько оценить полноту и корректность выполняемых действий, а при наличии ошибки найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.