

9 класс

Тестовая часть

За всю тестовую часть можно получить максимум 80 баллов.

5 вопросов типа «Верно/Неверно». Правильный ответ приносит 1 балл.

1. Средние издержки производства товара могут как убывать по выпуску, так и возрастать.

(a) Верно;

(b) Неверно.

Ответ: а

Комментарий: Например, для функции $TC = Q^2 - 8Q + 100$ средние издержки ($AC = Q - 8 + \frac{100}{Q}$) будут иметь стандартный U-образный вид и будут иметь как возрастающий участок ($Q > 10$), так и убывающий участок ($Q < 10$).

2. Если государство хочет собрать больше налоговых сборов, то ему обязательно нужно поднять ставку налога.

(a) Верно;

(b) Неверно.

Ответ: b

Комментарий: При повышении ставки налога происходит два эффекта. С одной стороны, растёт ставка и значит налоговые сборы растут. С другой стороны, снижается налогооблагаемая база (например, уменьшается количество на рынке; снижаются стимулы зарабатывать больше; повышаются стимулы скрывать доходы) и тем самым, налоговые сборы уменьшаются. Поэтому, как правило, при достаточно высокой ставке налога выгодно её снизить и утверждение является неверным.

3. Если иностранные производители автомобилей прекратят свою деятельность в некоторой стране P., то цены отечественных автомобилей вырастут.

(a) Верно;

(b) Неверно.

Ответ: а

Комментарий: Так как упадёт предложение автомобилей в целом, вырастет их цена. В том числе вырастет и цена на отечественные автомобили. Более того, вырастет спрос на отечественные автомобили, так как для потребителей иностранных автомобилей отечественные являются товаром заменителем. Рост спроса ведёт к росту цены.

4. Если магазин сначала повысит цену на 10%, а потом снизит ее на 10%, то цена не изменится

(a) Верно;

(b) Неверно.

Ответ: b

Комментарий: Предположим, что изначально была цена p . Тогда после повышения цена будет $1.1p$, а после понижения: $1.1p * 0.9 = 0.99p$. Следовательно цена упадет на 1%, поэтому утверждение о том, что цена не изменится, неверно.

5. Василий владеет автомобилем, который он может сдавать в аренду за 1000 рублей в сутки. Из этого следует, что ему выгодно сдавать автомобиль в аренду

(a) Верно;

(b) Неверно.

Ответ: b

Комментарий: Василию может быть невыгодно сдавать машину в аренду, так как от пользования ей он может получать большие выгоды, чем от сдачи в аренду. Например, если Василий работает таксистом и получает 5000 рублей за смену, то, сдав машину, он не сможет выйти на работу и будет иметь отрицательную экономическую прибыль (экономическая прибыль включает в себя неявные (альтернативные) издержки, в данном случае - 5000 рублей за смену в такси)..

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать единственно верный или наиболее полный ответ. Правильный ответ приносит **3 балла**.

6. Издержки некоторой фирмы в расчёте на одну произведённую единицу равняются Q . Пусть $TC(Q)$ - функция общих издержек фирмы на производство. Тогда:

(a) $TC(Q) = Q^2$;

(c) $TC(Q) = 1$;

(b) $TC(Q) = Q$;

(d) $TC(Q) = Q^2/2$.

Ответ: a

Комментарий: Так как средние издержки это Q , общие издержки имеют вид: $TC = Q \cdot Q = Q^2$.

7. Страны А и Б торгуют друг с другом. В условиях закрытой экономики в стране А равновесная цена составила 5 д.е., а в стране Б 3 д.е.. После открытия границ цена на международном рынке составила 4 д.е., а количество продукции, переехавшей через границу - $Q = 10$. Выберите верное утверждение:

(a) Страна А - экспортер, Б - импортер, денежный объем экспорта 40;

(b) Страна Б - экспортер, А - импортер, денежный объем экспорта 10;

(c) Страна А - экспортер, Б - импортер, денежный объем экспорта 10;

(d) Страна Б - экспортер, А - импортер, денежный объем экспорта 40.

Ответ: d

Комментарий: В автаркии в стране Б цена оказалась ниже, чем в стране А, следовательно, производители из страны Б захотят продавать свои товары в стране А, поэтому страна Б станет экспортером, а страна А - импортером. Для расчета денежного объема экспорта необходимо перемножить количество, пересекшее границу на цену, которая образовалась после открытия границ: $4 \cdot 10 = 40$.

8. Индивид, потребляющий x - яблоки, y - персики и z - груши, имеет три доступных набора для потребления:

набор	x	y	z
1	3	2	1
2	3	2	2
3	1	2	3

Также он про себя знает, что предельная полезность от потребления одного фрукта не зависит от потребления остальных фруктов, а предельная полезность от потребления одного яблока постоянна, положительна и всегда в 2 раза выше, чем предельная полезность от потребления одной груши. Какой из предоставленных наборов самый выгодный для индивида:

- (a) 1; (c) 3;
(b) 2; (d) Верно больше 1ого варианта.

Ответ: b

Комментарий: Для начала заметим, что количество персиков во всех наборах одинаковое, следовательно они не влияют на принятие решения индивидом (и далее не будут учитываться в расчётах). Предположим, что предельная полезность от потребления груши u , тогда предельная полезность от потребления яблока $2u$. Отсюда полезность от первого набора: $3 * 2u + u = 7u$, полезность от второго набора $3 * 2u + 2 * u = 8u$, полезность от третьего набора: $1 * 2u + 3 * u = 5u$. Наибольшую полезность приносит набор 2, следовательно он и будет оптимальным выбором.

9. В стране А, как и в стране Б, умеют производить лишь два товара - X и Y , причём товары производятся с постоянными альтернативными издержками. В стране А могут произвести максимум 30 единиц X или максимум 40 единиц Y . В стране Б же всё в точности наоборот: там могут произвести максимум 40 единиц X или максимум 30 единиц Y . Допустим, страны могут торговать только между собой в пропорции 1 к 1, то есть за 1 единицу X получать 1 единицу Y . Тогда, если страны потребляют строго в пропорции 1:1, верно следующее утверждение:

- (a) От возможности торговать странам станет только хуже;
(b) От возможности торговать обе страны выигрывают;
(c) От возможность торговать обе страны как не выигрывают, так и не проигрывают;
(d) Неверно ни одно из утверждений выше.

Ответ: b

Комментарий: В равновесии страна А будет производить 40 единиц Y и страна Б производить 40 единиц X . После этого они будут обменивать 20 единиц X на 20 единиц Y . Тогда каждая из стран сможет потреблять 20 комплектов после появления возможности торговать. Без такой возможности комплектов будет $120/7$ (примерно 17.143). Итого, обе страны выиграют от возможности торговать.

В любом случае, если страны начинают торговать и условия торговли (отношение цен) отличны от альтернативных издержек, потребляя строго комплектами, обе страны выигрывают от возможности торговать.

10. Если Центральный Банк снизил ключевую ставку процента на 0.5 процентных пункта от изначального значения в 5% годовых, то на сколько процентов он ее снизил?

- (a) на 0.05%; (b) на 0.5%; (c) на 5%; (d) на 10%.

Ответ: d

Комментарий: 0.5 процентных пунктов составляют от 5: $0.5/5 \cdot 100\% = 10\%$.

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать все верные. Правильным ответом считается полное совпадение выбранного множества вариантов с ключом. Правильный ответ приносит 5 баллов.

11. Васе дали задачу прооптимизировать производство на фирме, обладающей двумя заводами с издержками: $TC_1(Q_1) = Q_1^2$, $TC_2(Q_2) = 10Q_2$. После Вам, как экономисту, директор предприятия дал некоторую информацию о том, как работает производство после оптимизации Васи. Какие из данных фактов помогут Вам узнать, что Вася сделал работу фирмы *неэффективной*:

- (a) Первые 5 единиц Вася предложил делать только на первом заводе;
(b) Общие издержки от производства 13 и 14 единиц продукции отличались больше, чем на 10;
(c) При всех объемах производства, больших 10, Вася предложил делить выпуск поровну между заводами;
(d) При производстве 10000 единиц продукции на первом заводе было произведено менее 1%.

Ответ: b, c

Комментарий: Посмотри на задачу с помощью предельных функций: $MC_1 = 2Q_1$, $MC_2 = 10$. На первом заводе будет организовано производство до того момента, пока предельные издержки меньше чем 10, т.е. максимальное количество единиц произведенное на первом заводе будет 5. Тогда общие издержки от производства 13 и 14 единиц будут отличаться ровно на предельные издержки на втором заводе, т.е. на 10. Разделение пополам тоже будет неоптимальным, например при $Q = 15$ выгодно произвести 10 на втором заводе и 5 на первом. При производстве 10000 единиц на первом заводе будет производиться 5, что равняется 0,05%.

12. Недавно в городе Анатса увеличилось число платежеспособных мигрантов из соседствующей страны, из-за чего цены на арендное жильё резко увечились. Резким ростом цены конечно же оказалось недовольно местное население, после чего государство решило вмешаться на рынок, чтобы стабилизировать ситуацию. Какие из следующих мер вмешательства государства скорее всего снизят цену арендного жилья в городе Анатса:

- (a) Введение налога на владельцев жилья;
(b) Введение субсидий для мигрантов на аренду жилья;
(c) Введение потолка цен на аренду жилья ниже текущей цены;

(d) Ужесточение миграционного контроля.

Ответ: с, d

Комментарий: В пункте (a) налог уменьшает предложение, а значит цена увеличивается. В пункте (b) субсидия увеличивает спрос, а значит цена растёт. Введение потолка цен в пункте (c) уменьшит цену по которой сдают квартиры, в пункте (d) спрос уменьшается, а значит цена падает. Итого имеем верные варианты ответа (c) и (d).

13. Фирма-монополист, продающая булочки, несёт издержки в размере $TC = Q^2$ на производство Q булочек, при этом спрос на её продукцию задаётся функцией $Q_d = 120 - P$, где P - цена одной булочки, а Q - количество булочек, которое готовы купить потребители. Тогда, если фирма максимизирует прибыль, верно, что:

(a) Оптимальный объём выпуска равен $Q = 30$;

(b) Оптимальный объём выпуска равен $Q = 40$;

(c) Оптимальная цена за одну булочку $P = 90$;

(d) Оптимальная цена за одну булочку $P = 80$.

Ответ: a, c

Комментарий: Запишем задачу максимизации прибыли монополиста: $\pi = P * Q - Q^2 = (120 - Q) * Q - Q^2 = -2Q^2 + 120Q \rightarrow \max$. Это парабола с ветвями вниз, максимум достигается в вершине $Q = -120 / (2 * (-2)) = 30$. При $Q = 30$ цена по спросу составит $P = 120 - Q = 120 - 30 = 90$. Итого, имеем верные ответы (a), (c).

14. Издержки совершенно конкурентной фирмы имеют вид: $TC = 0.5Q^3 - 12Q^2 + 80Q + 10$. При каких ценах из нижеперечисленных фирма готова продвигать ненулевое количество в краткосрочном периоде?

(a) 5;

(b) 8;

(c) 10;

(d) 12.

Ответ: b, c, d

Комментарий: Совершенный конкурент готов продавать товар в краткосрочном периоде, если цена, установившаяся на рынке будет больше либо равна минимуму средних переменных издержек. т.е. $P \geq \min AVC$. $AVC = \frac{VC}{Q}$, $VC = TC - FC$, $FC = TC(Q = 0) = 10 \Rightarrow VC = 0.5Q^3 - 12Q^2 + 80Q \Rightarrow AVC = 0.5Q^2 - 12Q + 80$. Проминимизируем функцию: заметим, что это парабола с ветвями вверх, а значит минимум будет в вершине параболы средних переменных издержек: $Q_0 = \frac{12}{0.5 * 2} = 12$. Тогда $\min AVC = 0.5 * 12 * 12 - 12 * 12 + 80 = 8$. Значит фирма согласится продавать ненулевое количество при $P \geq 8$, подходят ответы b, c, d

15. На совершенно конкурентном рынке черных помидоров в Москве спрос и предложение линейны и имеют стандартный вид. Выберите все верные утверждения:

(a) Если величина спроса увеличится на 10% при каждой цене, спрос сдвинется параллельно вверх;

(b) Если вырастет цена на товар-субститут (оранжевый помидор), равновесная цена на рынке черных помидоров увеличится;

(c) Если будет введена потоварная субсидия на производителей черных помидоров, их предложение сдвинется параллельно вверх;

(d) Если будет введен потолок цен в размере ниже равновесной цены, суммарный общественный излишек обязательно увеличится.

Ответ: b

Комментарий: а) Увеличение спроса на определенную постоянную величину при каждой цене вызывает параллельный сдвиг, а не процентное изменение. Процентное изменение приводит к повороту кривой спроса. б) При росте цены на товар-субститут спрос на черные помидоры вырастет, т.к. часть потребителей переключатся на потребление черных помидоров. в) При введении потоварной субсидии предложение сдвинется вниз, т.к. цена при которой производители захотят продавать товар будет меньше, потому что им фактически будут доплачивать за продажи. г) Как правило, любое отклонение от состояния совершенной конкуренции приводит к уменьшению суммарного общественного излишка, т.к. в совершенной конкуренции достигается максимальный излишек.

5 вопросов, с открытым ответом. Правильный ответ приносит 7 баллов.

16. В стране А спрос и предложение соответственно имеют вид: $Q_d = 100 - P$ и $Q_s = P$, а в стране Б: $Q_d = 120 - P$ и $Q_s = 2P$. При какой минимальной ставке потоварного налога на экспорт из страны Б объем торговли между странами будет равен 0?

Ответ: 10

Комментарий: Изначально равновесные цены в странах А и Б составляют: $100 - P_a = P_a$ и $120 - P_b = 2P_b$, то есть: $P_a = 50$ и $P_b = 40$. При этом если налог будет менее 10 ($P_a - P_b = 50 - 40 = 10$), он будет меньше разницы цен и торговля между странами будет сохраняться. Если же ввести налог от 10 и выше, объем торговли будет равен 0.

17. Нам известна информация о текущем положении дел фирмы. Так, она продает свой товар по цене в 80 рублей, ее средние переменные издержки равны 50 рублям, производимое количество товара – 100 единиц, а размер фиксированных издержек – 2000 рублей. Найдите, какую прибыль получает фирма.

Ответ: 1000

Комментарий: Найдём выручку фирмы: $TR = P \cdot Q = 80 \cdot 100 = 8000$. Теперь найдём переменные издержки фирмы: $VC = AVC \cdot Q = 50 \cdot 100 = 5000$. Из условия даны фиксированные издержки $FC = 2000$. Запишем нашу прибыль как выручку минус все издержки: $\Pi = TR - VC - FC = 8000 - 5000 - 2000 = 1000$

18. В стране живет 2 группы населения: бедные и богатые. Известно, что каждый бедный зарабатывает 1 монету, а каждый богатый – 4 монеты. Также известно, что бедных в 2 раза больше, чем богатых. Найдите средний доход в этой стране.

Ответ: 2

Комментарий: Пусть богатых людей N . Тогда по условию бедных людей $2N$. Все бедные зарабатывают $2N \cdot 1 = 2N$, а все богатые – $N \cdot 4 = 4N$. Получается, что суммарный доход в стране: $2N + 4N = 6N$. Поделим его на общее население ($3N$), чтобы найти средний доход по определению: $\frac{6N}{3N} = 2$.

19. При производстве 10 единиц товара средние издержки фирмы составили 100 д.е., точно такие же средние издержки у фирмы и при производстве 12 единиц товара. Также известно, что стоимость производства одиннадцатой единицы товара равна 120

д.е. Чему равны издержки на производство двенадцатой единицы, если выпуск может быть выражен только целым числом?

Ответ: b

Комментарий: Рассчитаем общие издержки на производство 10 единиц товара: $10 \cdot 100 = 1000$. Таким же образом получаем, что общие издержки для производства 12 единиц товара равны $12 \cdot 100 = 1200$. Значит, чтобы произвести 11 и 12 единицы, фирма потратит $1200 - 1000 = 200$ рублей. Так как 11 единицу стоит произвести 120 рублей, то 12 единицу стоит произвести оставшуюся сумму: $200 - 120 = 80$ рублей.

20. Полезность Доктора Ливси, зависящая от количества смеха (x) в минутах и пройденного расстояния (y) в километрах, выглядит так: $U_L = -y^2 + 100y + x$. В его распоряжении есть 107 минут, которые он может потратить на смех или прогулку. Чтобы посмеяться одну минуту, ему нужна одна минута (логично). Чтобы пройти один километр, Доктору Ливси достаточно потратить 2 минуты. Найдите, сколько минут Доктор Ливси будет смеяться, если он рациональный агент и максимизирует свою полезность?

Ответ: 9

Комментарий:

1. Запишем временное ограничение Доктора Ливси: $T = 107 \geq x + 2y$. Заметим, что полезность Доктора монотонно возрастает по количеству смеха, а, значит, Доктор Ливси будет тратить весь свой запас времени, тогда временное ограничение выглядит так: $107 = x + 2y$.

2. Выразим x из временного ограничения, подставим в полезность и промаксимизируем полезность по километрам: $x = 107 - 2y$, $U_L = -y^2 + 100y + 107 - 2y = -y^2 + 98y + 107$. Заметим, что это парабола ветвями вниз относительно километров, максимум находится в вершине параболы, тогда $y^* = \frac{98}{2} = 49$. Тогда $x^* = 107 - 2 \cdot 49 = 107 - 98 = 9$.

Максимум за тестовую часть - 80 баллов

9 класс

Задачи с развернутым ответом

В каждой задаче вам необходимо написать полное решение и ответ

Всего за задачи вы можете получить 120 баллов, по 30 баллов за каждую задачу.

1. Молодой экономист Эльдар решил заработать на финансовом рынке. К сожалению, у Эльдара была лишь 1000р, и на рынке торговалась лишь одна ценная бумага - акции компании А. Ниже в таблице приведены цены акции в разные периоды от $t = 1$, до $t = 5$. Брать в долг деньги или активы нельзя. Найдите, какое наибольшее количество денег мог бы получить Эльдар к моменту времени $t = 5$, если он мог в любой момент покупать и продавать акции.

t	1	2	3	4	5
Цена акции А	100р	120р	80р	100р	90р

Ответ: 1500

Решение: Эльдару выгодно покупать акции перед тем, как они вырастут в цене и продать перед тем, как они упадут в цене. (**8 баллов** за сформулированную идею)

В данном случае акция растёт при переходе от 1ого периода ко 2ому (от 100 до 120) и от 3его к 4ому (от 80 до 100). Тогда Эльдар будет покупать акции в 1ом и 3ем периоде. (**по 3 балла** за сформулированную идею о периодах в которых будет покупать. Всего 6 баллов.)

При этом при переходе от 2ого к 3ему, как и от 4ого к 5ому цена падает. Тогда Эльдар будет продавать акции во 2ом и 4ом периоде. (**по 3 балла** за сформулированную идею о периодах в которых будет продавать. Всего 6 баллов.)

(1) Купив в первом периоде, он будет иметь $1000/100=10$ акций.

(2) Продав их во втором периоде, он получит $10*120=1200$ р.

(3) Далее, купив акции по 80р в 3ем периоде, он будет иметь $1200/80=15$ акций.

(4) Продав акции в 4ом периоде, он будет иметь $15*100=1500$ р.

(**10 баллов** за расчёт верного ответа. В случае арифметической ошибки в одном из шагов 1-4 школьник получает штраф в 2 балла и далее решение проверяется с учётом ошибки. Например, если допустив отгибку на (3) шаге школьник получил 13 вместо 15, а далее на 4ом шаге получил $13*100=1300$ он теряет всего 2 балла от этих 10.)

Итого за задачу: не более 30 баллов

2. На рынке рахат-лукума присутствует единственный производитель Лука. Спрос на его товар имеет вид $Q_D = 120 - P$, где P - цена товара, а Q - проданное количество. Переменные издержки фирмы имеют вид $VC = 20Q + Q^2$. Известно, что максимальная прибыль Луки равна 1000 ден.ед.. Найдите постоянные издержки монополиста (FC).

Ответ: 250

Вариант решения №1: $TC = VC + FC = 20Q + Q^2 + FC$, следовательно $MC = TC'_Q = 20 + 2Q$ (**6 баллов** за нахождение MC).

Выручка монополиста по определению это цена, умноженная на количество: $TR = Q \cdot P(Q) = Q \cdot (120 - Q) = 120Q - Q^2$, Тогда, предельная выручка: $MR = TR'_Q = (120Q - Q^2)' = 120 - 2Q$ (**6 баллов** за нахождение MR)

Промаксимизируем прибыль с помощью правила $MR = MC$ (поскольку MR убывает по Q , MC возрастают по Q) $120 - 2Q = 20 + 2Q \Rightarrow Q^* = 25$ (**4 балла** за поиск оптимального количества). Тогда из функции спроса получим, что: $P^* = 120 - Q = 120 - 25 = 95$ (**4 балла** за нахождение оптимальной цены).

Таким образом, прибыль монополиста составит: $\Pi = TR - TC = P \cdot Q - VC - FC = (120 - Q)Q - 20Q - Q^2 - FC = (120 - 25) \cdot 25 - 20 \cdot 25 - 25^2 - FC = 1250 - FC$ (**6 баллов** за нахождение прибыли как функции от FC)

Поскольку прибыль по условию равна 1000 ден.ед., имеем: $1250 - FC = 1000$, то есть $FC = 1250 - 1000 = 250$ (**4 балла** за нахождение верного ответа)

Вариант решения №2: (Максимизации прибыли и нахождения Q^*, P^*):

Прибыль монополиста имеет вид: $\Pi = TR - TC = P(Q) \cdot Q - VC - FC = (120 - Q) \cdot Q - 20Q - Q^2 - FC = -2Q^2 + 100Q - FC$ (**6 баллов** за нахождение функции прибыли)

Максимизировать прибыль возможно двумя способами:

1. Через производную: $\Pi'_Q = -2 \cdot 2 \cdot Q^{2-1} + 100 = -4Q + 100 = 0 \Rightarrow Q^* = 25$.
2. Через параболу: прибыль это парабола ветвями вниз относительно Q , следовательно оптимальное значение Q в вершине: $Q = \frac{-100}{2(-2)} = \frac{100}{4} = 25$

(**10 баллов** за нахождение оптимального количества любым из способов. В случае отсутствия доказательства максимума - штраф в 2 балла (для способа через параболы это указание на то что парабола ветвями вниз; для способа через производные - указание на метод интервалов или вторю производную). В случае арифметической ошибки - штраф в 2 балла)

После нахождения Q , из функции спроса получим, что: $P^* = 120 - Q = 120 - 25 = 95$ (**4 балла** за нахождение оптимальной цены, если она дальше используется. Также прибыль можно получить и без подсчета цены, подставив оптимальное количество $Q^* = 25$ в изначальную функцию прибыли $\Pi = -2Q^2 + 100Q - FC$, в этом случае 4 балла ставятся автоматически).

Таким образом, прибыль монополиста составит: $\Pi = TR - TC = P \cdot Q - VC - FC = (120 - Q)Q - 20Q - Q^2 - FC = (120 - 25) \cdot 25 - 20 \cdot 25 - 25^2 - FC = 1250 - FC$ (**6 баллов** за нахождение прибыли как функции от FC)

Поскольку прибыль по условию равна 1000 ден.ед., имеем: $1250 - FC = 1000$, то есть $FC = 1250 - 1000 = 250$ (**4 балла** за нахождение верного ответа).

Обратите внимание! Возможны и другие варианты решений, например, через нахождение разницы интегралов функций MR и MC . В таком случае работа должна быть оценена по схожим критериям.

Итого за задачу: не более 30 баллов

3. Рэм живет на даче и за лето может вырастить на своем огороде картошку (y) или морковь (x), причём если Рэм произведет x килограмм картошки, то максимально он сможет произвести $y = 20 - \frac{2}{3} \cdot x$ килограмм морковки. Сара хочет купить у Рэма как можно больше суповых наборов по 100 рублей за каждый, состоящих из 1 кг картофеля и 1 кг моркови. Рэм может продать свои овощи только Саре. Сколько суповых наборов

купит Сара, если Рэм производит столько овощей, сколько позволят получить ему максимальную выручку?

Ответ: 12

Вариант решения №1:

Обратите внимание, что школьник может как оперировать терминами КПВ и кривая комплектов при решении, так и заменять их на другие, известные ему, или даже придумывать свои обозначения. Суть и содержание решения при этом не должны меняться.

1) Запишем кривую комплектов, которая будет показывать соотношение y и x , которое необходимо для одного комплекта: кол-во комплектов $k = y = x$ (**12 балла** за кривую комплектов)

2) Максимизируя выручку, Рэм хочет продать как можно больше суповых наборов. Тогда всё, что он произведет, будет состоять в комплекте. Значит, искомое x и y будет одновременно лежать на КПВ и соответствовать кривой комплектов. Тогда имеем:

$$\begin{cases} y = 20 - \frac{2}{3} \cdot x & (1) \\ y = x & (2) \end{cases}$$

Подставив (2) в (1), имеем: $y = 20 - \frac{2}{3} \cdot x = x \Rightarrow 60 = 5x \Rightarrow x = 12$. (**15 баллов** за идею приравнять КПВ и кривую комплектов и нахождение x . В случае, если школьник на этом этапе допустил арифметическую ошибку - он теряет 4 балла.)

3) Так как $x = 12$, то из кривой комплектов в оптимуме будет продано 12 комплектов. (**3 балла** за переход к оптимальному количеству комплектов и верный ответ)

Вариант решения №2:

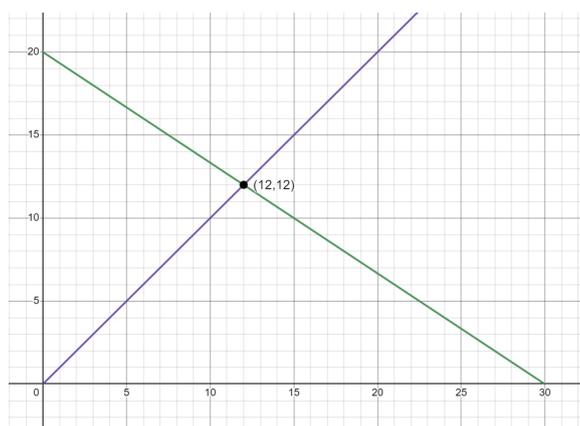
Действия из варианта решения №1 можно отобразить на графике. В данном случае критерии оценивания:

За изображения кривой комплектов ($y = x$) и графическое изображения кривой производственных возможностей производства Рэма. (**12 баллов**)

Идею того, что графически надо найти точку пересечения КПВ и кривой комплектов (**15 баллов** за идею приравнять КПВ и кривую комплектов и нахождение x . В случае, если школьник на этом этапе допустил арифметическую ошибку - он теряет 4 балла)

За нахождение правильного ответа. (**3 балла** за верно найденный ответ).

Обратите внимание, что оси на графике могут быть поменяны местами (на усмотрение школьника).



Итого за задачу: не более 30 баллов

4. ЗАГ единственный производитель автомобилей в стране Горковия, его издержки имеют вид: $TC = 60Q + 0.5Q^2$.

(а) (15 баллов) Найдите, какое количество автомобилей будет производить ЗАГ, если он воспринимает цену как заданную (в качестве параметра P). Иными словами, найдите предложение ЗАГа, если бы он действовал на совершенно конкурентном рынке. Найдите параметры равновесия на рынке в данном случае, если спрос имеет вид: $Q_d = 180 - P$.

(б) (15 баллов) Все же ЗАГ единственный производитель автомобилей, поэтому действует он как монополист. Найдите, за какую минимальную фиксированную выплату A от правительства Горковии ЗАГ согласится действовать как совершенный конкурент, то есть продавать свою продукцию по той же цене и в том же объёме, как и в предыдущем пункте.

Ответ: а - $P^e = 120$, $Q^e = 60$; б - 600

Решение:

а) Для начала необходимо найти функцию предложения.

Вариант решения №1:

По определению, функция предложения совпадает с возрастающим участком MC выше AVC_{min} . (3 балла за выписанное определение предложения, достаточно указать на возрастание MC)

Комментарий: в случае если в работе указано AC_{min} вместо AVC_{min} утверждение тоже является корректным, так как в данном случае функции AC и AVC совпадают.

$TC = 60Q + 0.5Q^2 \Rightarrow MC = TC' = (60Q + 0.5Q^2)' = 60 + Q$ (3 балла за нахождения функции MC)

$AVC = \frac{VC}{Q} = \frac{TC - FC}{Q} = \frac{TC - TC(0)}{Q} = 60 + 0.5Q$ - функция возрастает по Q , минимум в $Q = 0 \Rightarrow$

$AVC_{min} = 60 + 0.5 \cdot 0 = 60$ (1 балл за нахождение AVC_{min})

Предложение: $P_s = 60 + Q$ ($P \geq 60$); другой вариант записи предложения:

$Q_s = P - 60$ (в таком случае обязательно нужно указывать, что $P \geq 60$) и $Q = 0$ при $P \leq 60$

(3 балла за верно выписанную функцию предложения, в случае отсутствия огра-

ничения на $P \geq 60$ штраф составляет 1 балл)

После нахождения функции предложения:

Найдем равновесие на рынке СК (совершенной конкуренции), если предложение имеет вид: $Q_s = P - 60$ ($P \geq 60$), а спрос: $Q_d = 180 - P$ (из условия).

Приравниваем количество спроса к количеству предложения:

$$Q_s = Q_d \Leftrightarrow P - 60 = 180 - P \Rightarrow P^e = 120$$

Подставляя найденную равновесную цену в спрос или предложение, найдем: $Q^e = Q_s = Q_d = 180 - 120 = 60$

Равновесие можно было найти и другим способом - через приравнивание обратной функции спроса к обратной функции предложения:

Обратная функция спроса: $P_d = 180 - Q$ (выразили P через Q из функции спроса $Q_d = 180 - P$)

Обратная функция предложения: $P_s = 60 + Q$ (выразили P через Q из функции предложения $Q_s = P - 60$)

Приравниваем цену спроса к цене предложения

$$P_s = P_d \Leftrightarrow Q + 60 = 180 - Q \Rightarrow Q^e = 60$$

Подставляя найденное равновесное количество в спрос или предложение, найдем: $P^e = P_s = P_d = 60 + 60 = 180 - 60 = 120$.

Итого, в любом из вариантов имеем равновесные цены: $P^e = 120$, $Q^e = 60$.

(5 баллов за поиск равновесия. В случае арифметической ошибки любой степени сложности штраф составит 3 балла. При этом далее работа должна быть проверена с учётом арифметической ошибки)

Вариант решения №2:

Через максимизацию прибыли:

Прибыль производителя имеет вид: $\Pi = TR - TC = P \cdot Q - 60Q - 0.5Q^2 = (P - 60) \cdot Q - 0.5Q^2$.

Когда продавец воспринимает цену как заданную, он максимизирует прибыль с параметром P - не подставляя вместо P функцию спроса.

(3 балла за верно сформулированную идею максимизации функции прибыли)

Далее максимизировать прибыль возможно двумя способами:

1. Через производную:

$$\Pi'_Q = ((P - 60) \cdot Q - 0.5Q^2)' = (P - 60) - 2 \cdot 0.5 \cdot Q^{2-1} = P - 60 - Q = 0 \Rightarrow Q^* = P - 60.$$

2. Через параболу: прибыль это парабола ветвями вниз относительно Q , следовательно оптимальное значение Q в вершине:

$$Q^* = \frac{-(P-60)}{2 \cdot (-0.5)} = \frac{P-60}{1} = P - 60$$

(3 балла за верно найденное оптимальное количество)

Поскольку $Q \leq 0$, если $P \leq 60$, а отрицательное количество противоречит экономической интуиции, то $Q = P - 60$ при $P > 60$ и $Q = 0$ при $P \leq 60$ (**1 балл** за упоминание ограничения)

Предложение: $P_s = 60 + Q$ ($P \geq 60$) другой вариант записи предложения: $Q_s = P - 60$ (в таком случае обязательно нужно указывать, что $P \geq 60$) и $Q = 0$ при $P \leq 60$

(**3 балла** за верно выписанную функцию предложения, в случае отсутствия ограничения на $P \geq 60$ штраф составляет 1 балл)

После нахождения функции предложения:

Найдем равновесие на рынке СК (совершенной конкуренции), если предложение имеет вид: $Q_s = P - 60$ ($P \geq 60$), а спрос: $Q_d = 180 - P$ (из условия).

Приравниваем количество спроса к количеству предложения:

$$Q_s = Q_d \Leftrightarrow P - 60 = 180 - P \Rightarrow P^e = 120$$

Подставляя найденную равновесную цену в спрос или предложение, найдем: $Q^e = Q_s = Q_d = 180 - 120 = 60$

Равновесие можно было найти и другим способом - через приравнивание обратной функции спроса к обратной функции предложения:

Обратная функция спроса: $P_d = 180 - Q$ (выразили P через Q из функции спроса $Q_d = 180 - P$)

Обратная функция предложения: $P_s = 60 + Q$ (выразили P через Q из функции предложения $Q_s = P - 60$)

Приравниваем цену спроса к цене предложения

$$P_s = P_d \Leftrightarrow Q + 60 = 180 - Q \Rightarrow Q^e = 60$$

Подставляя найденное равновесное количество в спрос или предложение, найдем: $P^e = P_s = P_d = 60 + 60 = 180 - 60 = 120$.

Итого, в любом из вариантов имеем равновесные цены: $P^e = 120$, $Q^e = 60$.

(**5 баллов** за поиск равновесия. В случае арифметической ошибки любой степени сложности штраф составит 3 балла. При этом далее работа должна быть проверена с учётом арифметической ошибки)

б) ЗАГ согласится действовать как совершенный конкурент, если его прибыль при СК с фиксированной доплатой A больше, чем прибыль при монополии.

То есть: $\Pi_{СК} + A \geq \Pi_M$

(**3 балла** за выписанную идею в любом виде)

Найдем прибыль при СК (стоит использовать результаты, найденные в предыдущем пункте), а именно:

$\Pi_{СК} = TR - TC = P \cdot Q - 60Q - 0.5Q^2 = 120 \cdot 60 - 60 \cdot 60 - 0.5 \cdot (60)^2 = 0.5 \cdot 60^2 = 1800$ (**2 балла** за подсчёт прибыли)

Найдем прибыль при монополии. Для этого необходимо найти оптимальный уровень выпуска Q^* , для этого необходимо решить задачу монополиста. Её можно решить

одним из двух способов:

1. $TC = 60Q + 0.5Q^2$, следовательно $MC = TC'_Q = 60 + 2 \cdot 0.5Q^{2-1} = 60 + Q$

Выручка монополиста по определению это цена умноженная на количество: $TR = Q \cdot P(Q) = Q \cdot (180 - Q) = 180Q - Q^2$;

Тогда, предельная выручка: $MR = TR'_Q = (180Q - Q^2)' = 180 - 2Q$

Промаксимизируем прибыль с помощью правила $MR = MC$ (поскольку MR убывает по Q , MC возрастают по Q) $180 - 2Q = 60 + Q \Rightarrow Q^* = 40$. Тогда из функции спроса получим, что: $P^* = 180 - Q = 180 - 40 = 140$.

2. Максимизации прибыли и нахождения Q^*, P^* :

Прибыль монополиста имеет вид: $\Pi = TR - TC = P(Q) \cdot Q - TC = (180 - Q) \cdot Q - 60Q - 0.5 \cdot Q^2 = -1.5 \cdot Q^2 + 120Q$

Максимизировать прибыль возможно двумя способами:

2.1 Через производную: $\Pi'_Q = -1.5 \cdot 2 \cdot Q^{2-1} + 120 = -3Q + 120 = 0 \Rightarrow Q^* = 40$.

2.2 Через параболу: прибыль это парабола ветвями вниз относительно Q , следовательно оптимальное значение Q в вершине: $Q = \frac{-120}{2(-1.5)} = \frac{120}{3} = 40$

После нахождения Q , из функции спроса получим, что: $P^* = 180 - Q = 180 - 40 = 140$

(5 баллов за решение задачи монополиста любым из двух способов)

Таким образом, прибыль монополиста составит: $\Pi_M = TR - TC = P \cdot Q - TC = (180 - Q)Q - 60Q - 0.5Q^2 = (180 - 40) \cdot 40 - 60 \cdot 40 - 0.5 \cdot 40^2 = 2400$ (**2 балла** за подсчёт прибыли)

Далее, найдем размер A (фиксированной выплаты), при котором ЗАГу все равно: быть монополистом или совершенным конкурентом (тот случай, когда прибыль в СК с дотацией равны прибыли в монополии, т.е.: $\Pi_{СК} + A = \Pi_M \Rightarrow 1800 + A = 2400 \Leftrightarrow A = 600$

Это и есть минимальный размер фиксированной выплаты, при котором ЗАГу будет выгодно быть совершенным конкурентом.

(3 балла за верно найденную величину выплаты A . В случае арифметической ошибки штраф составит 1 балл)

Итого за задачу: не более 30 баллов

Максимум за часть развернутым ответом - 120 баллов

Всего за работу максимум 200 баллов.