

XXIX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

Заключительный этап

Казань, 2024 год

Задания и решения

11 класс

Первый тур	2
Задача 1. <i>Налоги на сверхприбыль</i>	2
Задача 2. <i>День из жизни аналитика</i>	6
Задача 3. <i>Кривая доходности (11 класс)</i>	10
Задача 4. <i>Магазины в поселке</i>	14
Второй тур	18
Задача 5. <i>Вредная газировка</i>	18
Задача 6. <i>Коммуникационная политика Центробанка</i>	22
Задача 7. <i>Неформальные контракты в команде</i>	25
Задача 8. <i>От ВВП к КПВ</i>	28

Первый тур

Задача 1. *Налоги на сверхприбыль*

(12 баллов)

1 января 2024 года в России был установлен налог на сверхприбыль, подразумевающий уплату компаниями части прибыли сверх определенного порога в пользу государства. В данной задаче вам предлагается проанализировать влияние разных версий такого налога на объем выпуска фирмы.

В городе N , далеко от Татарстана, всего одна фирма производит сладкое лакомство чак-чак. Функция спроса на чак-чак в городе имеет вид $Q(P) = 50 - P$, где P — цена на чак-чак, Q — объем его потребления. Общие издержки производства Q единиц продукции составляют $TC(Q) = 10Q$. Во всех пунктах фирма максимизирует прибыль (за вычетом налога, если он есть). Если фирма безразлична между несколькими объемами выпуска, она выбирает минимальный из них.

Определите объем выпуска, который выберет фирма, в следующих независимых друг от друга случаях:

а) (2 балла) В отсутствие налогообложения.

б) (3 балла) Введен налог на сверхприбыль. А именно, если до уплаты налога фирма имеет прибыль π не более, чем 300, налог не взимается; в противном случае фирма должна заплатить в бюджет 30 % от сверхприбыли, то есть от величины $(\pi - 300)$.

в) (3 балла) Введен налог на прибыль при высокой прибыли. А именно, если до уплаты налога фирма имеет прибыль π не более, чем 300, налог не взимается; в противном случае фирма должна заплатить в бюджет 30 % от всей прибыли π .

г) (4 балла) Введен налог при высокой маржинальности (доле прибыли в выручке). А именно, если до уплаты налога прибыль составляет не более половины выручки, $\pi \leq 0,5TR$, налог не взимается; в противном случае фирма должна заплатить в бюджет такую сумму T , что с учетом этой выплаты доля прибыли в выручке снижается до 0,5, то есть такую сумму T , что $(\pi - T)/TR = 0,5$.

Решение

а) Фирма выбирает Q , чтобы максимизировать прибыль $\pi(Q) = (50 - Q)Q - 10Q = 40Q - Q^2$. Оптимум находится в вершине параболы, $Q^* = 20$.

Ответ: $Q^* = 20$.

б) Составим функцию прибыли с учетом налога. Найдем, при каких объемах выпуска прибыль до налога больше 300. Запишем неравенство

$$Q(40 - Q) > 300.$$

Корни соответствующего уравнения легко угадать, это $Q = 10$ и $Q = 30$. Поскольку слева стоит парабола с ветвями вниз, неравенство выполнено между корнями уравнения, то есть при $Q \in (10; 30)$. При этих Q фирма будет платить налог, ее итоговая прибыль составит $Q(40 - Q) - 0,3(Q(40 - Q) - 300) = 0,7Q(40 - Q) + 90$. При других Q фирма не будет платить налог.

Значит, с учетом налога функция прибыли примет вид

$$\pi(Q) = \begin{cases} Q(40 - Q), & Q \leq 10; \\ 0,7Q(40 - Q) + 90, & 10 < Q < 30; \\ Q(40 - Q), & Q \geq 30. \end{cases}$$

Поскольку функция прибыли непрерывна, возрастает при $Q \leq 10$ и убывает при $Q \geq 30$, ее максимум находится на отрезке $[10; 30]$. Как видим, на этом отрезке функция имеет ту же точку максимума, что и исходная функция прибыли $Q(40 - Q)$, это $Q^* = 20$.

Ответ: $Q^* = 20$.

Примечание: Есть и другие решения этого пункта. Например, заметим, что прибыль после уплаты налога π и прибыль до уплаты налога π_1 связаны соотношением $\pi_1 = f(\pi)$, где

$$f(\pi) = \begin{cases} \pi, & \pi \leq 300; \\ 300 + 0,7(\pi - 300), & \pi > 300. \end{cases}$$

Поскольку $f(\pi)$ — возрастающая функция, точки максимума $\pi(Q)$ и $f(\pi(Q))$ совпадают. Значит, $Q^* = 20$.

в) В этом случае при $Q \leq 10$ и $Q \geq 30$ функция прибыли не меняется, аналогично пункту б). При $Q \in (10; 30)$, прибыль фирмы после уплаты налога будет иметь вид просто $0,7Q(40 - Q)$. Значит,

$$\pi(Q) = \begin{cases} Q(40 - Q), & Q \leq 10; \\ 0,7Q(40 - Q), & 10 < Q < 30; \\ Q(40 - Q), & Q \geq 30. \end{cases}$$

Эта функция разрывна, «прыгает» вниз при $Q = 10$ и вверх при $Q = 30$. Поскольку функция возрастает при $Q \leq 10$ и убывает при $Q \geq 30$, ее максимум достигается либо при $Q = 10$, либо при $Q = 30$, либо в точке максимума на среднем интервале, это $Q = 20$. Сравним значения в этих точках: $\pi(10) = \pi(30) = 300$ (это мы знаем по построению), $\pi(20) = 0,7 \cdot 400 = 280 < 300$. Значит, максимум достигается при $Q = 10$ и $Q = 30$. По условию, фирма выберет минимальный выпуск, то есть $Q^* = 10$.

Ответ: $Q^* = 10$.

г) Найдем, при каких Q доля прибыли в выручке больше, а при каких — меньше 50%. Например, решим неравенство

$$\frac{\pi(Q)}{TR(Q)} = \frac{(40 - Q)Q}{(50 - Q)Q} > 0,5.$$

Преобразовав, получаем $40 - Q > 0,5(50 - Q)$, откуда $15 > 0,5Q$, $Q < 30$.

Значит, при $Q \geq 30$ фирма не будет платить налог, и получит прибыль, как раньше, $(40 - Q)Q$. При $Q < 30$ ее прибыль равна $Q(40 - Q) - T$, но по построению сумма налога

T ровно такая, что

$$\frac{Q(40 - Q) - T}{Q(50 - Q)} = 0,5,$$

так что $Q(40 - Q) - T = 0,5Q(50 - Q)$, итоговая прибыль будет равна половине выручки. Значит, в итоге

$$\pi(Q) = \begin{cases} 0,5Q(50 - Q), & Q < 30; \\ Q(40 - Q), & Q \geq 30. \end{cases}$$

Эта функция непрерывна, и, как мы знаем из анализа выше, убывает при $Q \geq 30$. Значит, ее максимум достигается при $Q \leq 30$. Вершиной параболы $0,5Q(50 - Q)$ является точка $Q = 25$ (это не что иное как точка максимума выручки), она принадлежит отрезку $[0; 30]$. Значит, она и будет итоговой точкой максимума.

Ответ: $Q^* = 25$.

Примечание: В пункте г) мы получили, что при введении налога выпуск *растет* ($25 > 20$), что необычно. Объяснение состоит в том, что сумма налога как функция от выпуска, $T(Q)$, не является возрастающей функцией от Q , как в стандартных случаях, — и поэтому налог отнюдь не стимулирует сокращать выпуск.

Схема проверки

Во всей задаче проверка достаточных условий максимума (указание на направление ветвей параболы и пр.) не требуется.

а) Максимальная оценка за пункт — 2 балла, из них:

- Выписывание функции прибыли (или условия $MR = MC$ с подставленными функциями) — 1 балл
- Нахождение оптимума $Q^* = 20$ — 1 балл.

б) Максимальная оценка за пункт — 3 балла, из них:

- Нахождение границ $Q = 10$ и $Q = 30$ — 1 балл.
- Нахождение функции прибыли при $Q \in (10; 30)$ с указанием границ — 1 балл.
- Нахождение и обоснование итогового оптимума — 1 балл.

в) Максимальная оценка за пункт — 3 балла, из них:

- Нахождение функции прибыли при $Q \in (10; 30)$ с указанием границ — 1 балл.
- Вывод о том, что оптимальный выпуск лежит в множестве $\{10, 20, 30\}$ — 1 балл.
- Сравнение прибыли при $Q = 10$, $Q = 20$, $Q = 30$, нахождение оптимума и итогового ответа — 1 балл,
- За выбор $Q = 30$ вместо / вместе с $Q = 10$ - баллы не снижаются

Если границы $Q = 10$ и $Q = 30$ не найдены в пункте б), но найдены в пункте в), за это ставится 1 балл в пункте б).

Границы в пунктах б) и в) также могут быть записаны в терминах цены p или прибыли π .

г) Максимальная оценка за пункт — 4 балла, из них:

- Нахождение границы взимания налога $Q = 30$ — 1 балл.
- Нахождение функции прибыли при $Q < 30$ — 1 балл.
- Нахождение оптимума при $Q \leq 30$, то есть $Q^* = 25$ — 1 балл.

- Обоснование того, что $Q^* = 25$ является оптимумом всей функции прибыли (графика достаточно) — 1 балл.

Задача 2. День из жизни аналитика (12 баллов)

Представьте, что вы аналитик, работающий в крупной компании, которая предоставляет возможность различным фирмам продавать товары частным лицам на собственной интернет-площадке (такая компания называется *маркетплейсом*) за комиссию в размере 10 % с каждой покупки. Проанализировав возможные точки роста компании, вы пришли к идее запуска скидок на стоимость товара: компания покрывает часть стоимости товара для покупателя, причем продавец получает деньги в полном объеме.

а) (3 балла) Вы назначаете встречу с коллегами, на которой хотите обосновать внедрение скидок. Приведите три позитивных для компании эффекта запуска скидок и поясните, как именно они влияют на бизнес. Если приведено больше трех аргументов, будут оценены первые три.

б) (1 балл) Один коллега интересуется, какой должна быть эластичность спроса покупателей по цене — высокой или низкой по модулю — чтобы внедрение скидок на стоимость товара наиболее вероятно привело к росту прибыли компании. Что вы ответите и почему?

в) (1 балл) Другая коллега интересуется, верно ли, что если ввести скидку в размере 5 %, то цена для потребителя снизится ровно на 5 %. Что вы ответите и почему?

г) (3 балла) Коллеги соглашались с тем, что запуск скидок — хорошая идея. Однако возникает следующий вопрос: какие именно скидки установить? Поскольку к текущему моменту среднестатистический покупатель совершил на площадке три покупки, вы пришли к трем альтернативам: (1) скидка в размере 5 % на покупку, совершаемую на площадке впервые, (2) скидка в размере 5 % на четвертую покупку на площадке, (3) скидки в размере 5 % на все покупки. Если, например, будет выбрана вторая альтернатива, то пользователь, который до начала акции совершил хотя бы четыре заказа на площадке, уже не сможет получить скидку. Приведите по одному преимуществу каждого варианта над остальными. Если приведено больше одного аргумента для какого-то сценария, будет оценен только первый.

д) (2 балла) Выбор пал на скидку на первую покупку. Остался финальный шаг — измерить влияние скидок на важные для компании показатели (другими словами, *метрики*). Ваш коллега предлагает следующий способ: (1) замерить метрики текущего месяца, пока скидки еще не запущены, (2) в следующем месяце запустить скидки для всех пользователей и замерить метрики, (3) для каждой метрики вычесть ее значение в первый месяц из значения во второй месяц и, в зависимости от полученного результата, сделать вывод о том, как запуск скидок влияет на нее — увеличивает или уменьшает. Верно ли, что измеренный таким образом эффект будет корректной оценкой влияния скидки на метрики? Почему? Предполагайте, что одного месяца достаточно для того, чтобы все желающие узнали про запуск скидок и совершили транзакции на площадке.

е) (2 балла) Предложите свой способ, который позволил бы, насколько это возможно, достоверно оценить влияние скидок на метрики.

Решение

Для решения задачи важно понимать, что основной целью бизнеса является извлечение дохода, а именно нахождение баланса между получением дохода здесь и сейчас (краткосрочным доходом), и в более длинной перспективе (долгосрочным доходом).

а) Возможные варианты позитивных эффектов внедрения скидок:

- Увеличение общего количества покупок.
- Увеличение количества покупок одним пользователем.
- Увеличение количества покупателей на площадке.
- Увеличение количества продавцов на площадке.
- Увеличение оборота (суммы стоимостей всех проданных товаров) компании.
- Увеличение возвращаемости пользователей.

Эти эффекты приводят к тому, что наш сервис отбирает рыночную долю — заказы и оборот — у конкурентов (за счет перетока пользователей от них, а также за счет того, что большее число новых пользователей совершают первую транзакцию именно на нашей площадке), а также к тому, что пользователи — как покупатели, так и продавцы — привыкают к нашему маркетплейсу. Соответственно, облагаемая комиссией денежная база при внедрении скидок растет, что приводит к тому, что хотя в краткосрочном периоде прибыль и может снизиться из-за скидок, в долгосрочном периоде она, вероятно, вырастет (особенно если в будущем снизить размер скидок или увеличить размер комиссии).

б) Спрос покупателей должен характеризоваться высокой эластичностью, чтобы рост количества заказов компенсировал для компании снижение выручки с одного заказа.

в) В таком случае у продавцов будет стимул немного поднять ранее установленную цену на свои товары, поскольку часть этого повышения маркетплейс компенсирует для потребителя. Следовательно, если ввести скидку в размере 5 % на стоимость товара, то за счет роста цены товара конечная цена для потребителя снизится менее чем на 5 %.

Данная механика напоминает субсидирование в стандартных экономических моделях, когда весь размер субсидии распределяется в некоторой пропорции между ценой потребителя и ценой производителя.

г) Возможные преимущества скидок на первую покупку:

- Это самый дешевый способ привлечь на площадку покупателя, который раньше никогда ей не пользовался.
- Такие скидки приводят к самым низким издержкам на субсидирование покупок, но только при условии, что потенциальное количество первых покупок *меньше* потенциального количества четвертых покупок. Такое возможно, например, если на рынке осталось *мало* пользователей, которые не пользовались нашим маркетплейсом.

Возможные преимущества скидок на четвертую покупку:

- Это самый дешевый способ увеличить средний показатель количества покупок на одного пользователя (то есть, преодолеть порог в три заказа на пользователя и, вероятно, улучшить возвращаемость покупателей, благодаря тому, что у боль-

шего количества пользователей выработается привычка к использованию маркетплейса).

- Такая скидка, в отличие от прочих, может привести к совершению покупателями первых заказов без скидки с целью достижения четвертой покупки со скидкой. То есть, она приводит к большему количеству более маржинальных заказов — заказов без скидки. Пример: пользователь первым, вторым и третьим заказами покупает по одной паре носков, а четвертым заказом приобретает ноутбук со скидкой.
- Такие скидки приводят к самым низким издержкам на субсидирование покупок, но только при условии, что потенциальное количество первых покупок *больше* потенциального количества четвертых покупок. Такое возможно, например, если на рынке осталось *много* пользователей, которые не пользовались нашим маркетплейсом.

Возможные преимущества скидок на все покупки:

- Наибольший рост общего количества покупок.
- Наибольший рост количества покупок одним пользователем.
- Наибольший рост количества покупателей на площадке.
- Наибольший рост количества продавцов на площадке.
- Наибольший рост оборота (суммы стоимостей всех проданных товаров) компании.
- Наибольший рост возвращаемости пользователей.

д) Проблема предложенного подхода — несопоставимость сравниваемых метрик. За время тестирования могут произойти определенные события (сезонные факторы, наступление праздников, вступление в силу новых законов, и т. д.), которые сами по себе способны влиять на поведение пользователей и метрики, а значит измеренная разница в метриках не в полной мере будет объясняться именно эффектом запуска скидок.

е) Возможные способы более достоверной оценки влияния скидок на метрики:

- Случайный эксперимент (также называемый *АБ-тестом*): можно запустить скидки только для случайно выбранной половины пользователей и сравнить метрики в двух группах — контрольной, или группе А, в которой нет скидок, и тестовой, или группе Б, в которой есть скидки (в таком случае единственным фактором, объясняющим разницу в метриках, будет именно запуск скидок, поскольку в среднем пользователи из двух групп одинаковые). Случайность назначения скидок пользователям здесь крайне важна. Если предложить, например, создать два идентичных маркетплейса, в одном из которых включить скидки, а в другом — не включать, то ясно, что покупатели будут гораздо чаще покупать на первой площадке, нежели на второй, а значит измеренный эффект запуска скидок будет существенно завышен.
- Свитчбэк-тестирование: можно модифицировать предложенный коллегой способ так, что, например, по четным дням скидка будет доступна всем пользователям, а по нечетным дням недоступна никому, и сравнить метрики четных дней с метриками нечетных дней.

- Использование прогнозной модели (оценивается в 1 балл, поскольку описанная в условии ситуация позволяет использование более надежного способа оценки причинно-следственного эффекта — АБ-теста, а использование прогнозной модели в реальной жизни упирается в тот факт, что все такие модели обладают далеко не идеальным качеством предсказания): с ее помощью можно предсказать значения метрик для следующего месяца и сравнить предсказание — прогноз метрик в отсутствие скидок — с реальной ситуацией — метриками при запуске скидок.

Схема проверки

Во всей задаче проверка достаточных условий максимума (указание на направление ветвей параболы и пр.) не требуется.

а) Максимальная оценка за пункт — 3 балла: по одному баллу за каждый релевантный приведенный аргумент с пояснением того, как описанные эффекты влияют на доход компании.

б) Максимальная оценка за пункт — 1 балл: полный балл ставится за верный ответ с пояснением.

в) Максимальная оценка за пункт — 1 балл: полный балл ставится за верный ответ с пояснением.

г) Максимальная оценка за пункт — 3 балла: по одному баллу за каждый приведенный аргумент.

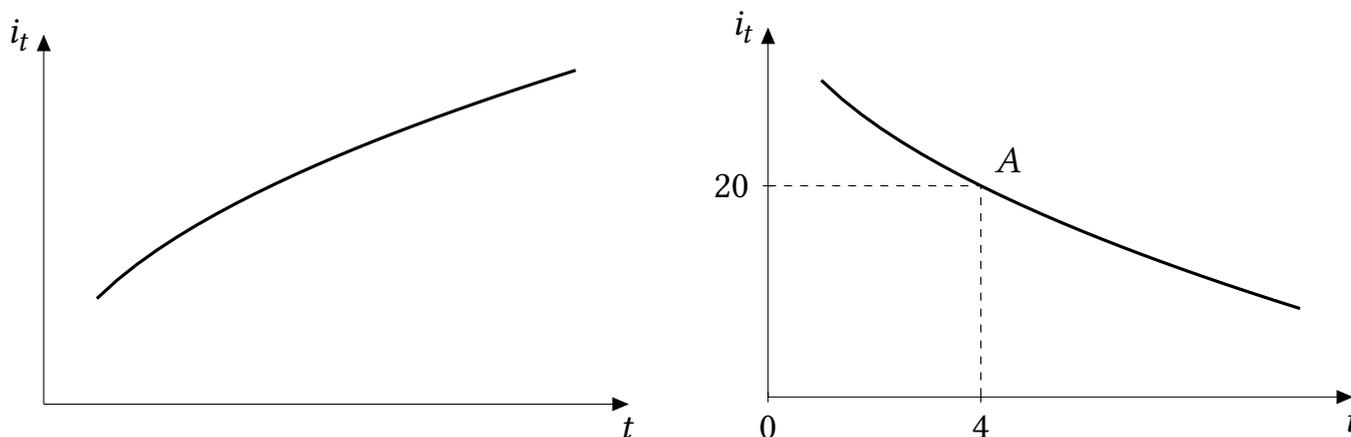
д) Максимальная оценка за пункт — 2 балла: полный балл ставится за верный ответ с пояснением, частичные баллы за пункт не предусмотрены.

е) Максимальная оценка за пункт — 2 балла, из них:

- Приведение в качестве возможного способа случайного эксперимента (или свитчбэк-тестирования) с пояснениями о том, как этот способ устроен (необязательно приводить точное название приведенного вами способа) — 2 балла за пункт.
- Приведение в качестве возможного способа использования случайного эксперимента с явными проблемами (например, предложение создать два одинаковых маркетплейса, в одном из которых запустить скидки, а в другом — не запускать) — 1 балл за пункт.
- Приведение в качестве возможного способа использования прогнозной модели — 1 балл за пункт.

Задача 3. Кривая доходности (11 класс)**(12 баллов)**

Кривая доходности показывает средние годовые доходности (в %) i_t в экономике в зависимости от срока t до погашения финансового актива (например, государственной облигации или депозита). Для простоты будем рассматривать в качестве активов государственные облигации. Например, точка A на графике показывает, что по облигациям на 4 года средняя годовая процентная ставка (доходность) равна 20 %.



Виды кривой доходности

В пунктах б), в) и д) требуется привести по одному объяснению.

а) (3 балла) Возрастает или убывает кривая доходности в нормальной экономической ситуации? Приведите два аргумента в пользу своего ответа.

б) (2 балла) Контроль кривой доходности — один из инструментов денежно-кредитной политики ЦБ. Объясните, почему сдвиг кривой доходности вниз приведет к увеличению инвестиций в реальный сектор экономики.

в) (3 балла) Кривая доходности состоит из множества точек, отражающих доходности разных (по сроку до погашения) гособлигаций. Тем не менее, чтобы влиять на доходности по всем гособлигациям, ЦБ достаточно воздействовать только на краткосрочные, например, на 1 год, а это, в свою очередь, повлияет на доходности долгосрочных. Объясните механизм, благодаря которому для изменения доходностей разных по срочности гособлигаций достаточно влиять только на доходность краткосрочных.

г) (2 балла) Иногда в данных встречается *инвертированная* кривая доходности (противоположная по поведению той, которая была описана вами в пункте а), то есть если в пункте а) она возрастала, то инвертированная — это убывающая, и наоборот). Считается, что инвертированная кривая доходности является индикатором того, что скоро случится экономический кризис (как бы «предвестником» кризиса). Приведите два объяснения того, почему это так, при условии, что инвертированная кривая доходности не является причиной кризиса сама по себе.

д) (2 балла) Инвертированная кривая доходности может стать причиной проблем для бизнеса коммерческих банков. Объясните, почему.

Решение

а) Кривая доходности в нормальной экономической ситуации возрастает. Для этого есть две основные причины:

- Риск-доходность. Чем больший временной промежуток мы рассматриваем, тем выше неопределенность относительно платежеспособности, выше вероятность того, что долг не будет выплачен. Эту растущую вероятность нужно компенсировать с течением времени все больше, поэтому в процентных ставках с течением времени растёт премия за риск. По этой же логике, за депозиты на более длительный срок банки готовы предлагать более высокий процент, чтобы компенсировать тот самый риск.
- Ликвидность-доходность. Чем больший временной промежуток мы рассматриваем, тем выше неопределенность относительно будущей экономической ситуации, выше вероятность того, что будет необходимо изменить распределение своих средств (а с ростом срочности возможностей по быстрому изъятию все меньше). Эту растущую вероятность нужно компенсировать с течением времени все больше, поэтому в процентных ставках с течением времени растёт премия за ликвидность.

б) При падении доходности финансовых активов инвестиции в реальный сектор становятся более привлекательными. (+1) В результате этого растет предложение средств в реальный сектор, доходность в котором начинает снижаться. Больше проектов становится выгодными (NPV растет, становится > 0), они начинают финансироваться, инвестиции увеличиваются.

Альтернативные объяснения:

- Деньги с финансового рынка могут не в полной мере направляться в инвестиции (часть из них может направляться на покупку других финансовых активов, но не в реальные проекты). Если мы изымаем часть средств с финансового рынка и целиком направляем их в реальный сектор, то предложение заемных средств становится больше, доходность снижается. Больше проектов становится выгодными (NPV растет, становится > 0), они начинают финансироваться, инвестиции увеличиваются.
- Снижение ставки стимулирует людей отказаться от сбережений и увеличить потребление, что ведет к росту совокупного спроса, росту выпуска, в результате этого доходы фирмы растут, что стимулирует их наращивать инвестиции.

в) Если упадут доходности по краткосрочным инструментам, а по долгосрочным они не изменятся, то у экономических агентов появляются возможности получить дополнительную прибыль в будущем, беря в долг по относительно заниженным краткосрочным ставкам, давать в долг под относительно завышенный процент. Таким образом, рынок перестаёт быть в равновесии, и экономические агенты начинают действовать в целях получения прибыли в долгосрочном периоде.

На рынке такие возможности получения прибыли, если нет никаких препятствий, нейтрализуются действиями самих агентов. И в равновесии никаких возможностей для получения гарантированной прибыли остаться не должно — отсюда и условие на его отсутствие. В рассмотренном выше примере, если многие люди начнут предъявлять спрос на краткосрочные займы и предлагать много заёмных средств на дли-

тельный срок, то по рыночному механизму процентная ставка по коротким инструментам будет расти, в какой-то момент переставая быть заниженной, а по долгосрочным будет падать, в какой-то момент переставая быть завышенной. Когда процентные ставки примут свои “справедливые” значения, то есть не будут ни завышенными, ни заниженными, возможности для получения однозначной прибыли уйдут, экономические агенты больше не будут менять свои модели поведения.

В результате, изменения краткосрочных ставок приводит к изменениям ставок долгосрочных.

г) Убывающая кривая доходности является индикатором того, что инвесторы ожидают кризиса. Вот два объяснения того, почему пессимистические ожидания инвесторов приводят к убывающей кривой доходности.

Действительно, если инвесторы имеют негативные ожидания относительно недалекого будущего, то они начнут отказываться от вложений в краткосрочные инструменты и переходить в инструменты долгосрочные, чтобы на период кризиса обезопасить свои средства. Падает спрос на краткосрочные активы и растет спрос на долгосрочные. Предложение краткосрочных и долгосрочных займов расти, как минимум, не будет. Это, в свою очередь, вызовет обвал цен активов краткосрочных и рост цен долгосрочных => доходности изменятся обратно: доходности краткосрочных инструментов вырастут, а долгосрочных упадут — и получится убывающая кривая доходности.

Когда экономические агенты ожидают рецессии, то они думают, что в будущем ЦБ для борьбы с ней, стимулируя экономику, будет снижать ключевую ставку процента, вместе с которой упадут и все остальные ставки. Также это будет верно, если ожидается снижение инфляции ниже таргета в будущем (например, в случае падения совокупного спроса), то они также могут ожидать стимулирующего воздействия на экономику со стороны ЦБ.

В итоге, есть ожидания кризиса, который приводят к инвертированной форме кривой, а негативные ожидания экономических агентов относительно будущего, как и самосбывающееся пророчество, могут и правда привести к рецессии. При негативных ожиданиях инвесторы сокращают инвестиции, сокращают производство, больше распродают из запасов, домохозяйства воздерживаются от покупки товаров длительного пользования. Все это приводит к сокращению совокупного спроса и предложения и, соответственно, к падению выпуска.

д) Инвертированная кривая доходности негативно сказывается на банковской системе, так как у банка большая часть кредитов (активов) долгосрочная, а депозиты (пассивы) краткосрочные — это основная деятельность банка, преобразование сроков жизни финансовых инструментов (*maturity transformation*). Инвертированная кривая снижает маржу банка: выгоду от долгосрочных активов в сравнении с издержками на короткие пассивы. Банк получает меньшую прибыль и может начать испытывать проблемы с ликвидностью или вообще обанкротиться.

Предположим, что экономические агенты верят в то, что инвертированная кривая доходности является предвестником кризиса. Тогда если агенты видят инвертированную кривую, они могут начать переживать за свои депозиты и начать набег на банк.

Такое может произойти массово, и тогда банк вообще обанкротится. Однако даже без банкротства это негативно сказывается на бизнесе коммерческих банков.

Схема проверки

а) 1 балл за ответ относительно того, возрастает или убывает кривая доходности. По 1 баллу за каждый верный и полностью записанный аргумент в решении.

Нет объяснений, про какой конкретно риск говорится в решении — аргументы не засчитываются.

Неверное решение относительно возрастания/убывания – 0 баллов, а также за г) д) выставляется 0 баллов.

Некоторые аргументы, оцениваемые в 0 баллов:

1. Необходимость компенсировать инфляцию.
2. Необходимость компенсировать более высокую стоимость денег в будущем
3. Обоснование через сложный процент.

б) Объяснено что при снижении ставки процента на финансовом рынке реальные активы становятся более привлекательными — 1 балл.

Объяснено что рост предложения заемных средств -> снижение ставки -> рост инвестиций — 1 балл.

в) 3 балла за верное и полное объяснение, 0 иначе.

г) По 1 баллу за каждое верное и полное объяснение, 0 иначе. Полное объяснение должно быть построено по принципу «два следствия одной причины».

Оценивалось в 0 баллов, в том числе:

1. Если в решении предполагается, что государство объявляет кривую доходности
2. Не различаются потребление и инвестиции
3. Нет объяснения откуда берутся ожидания
4. Если сама кривая является причиной кризиса
5. Если долговой/финансовый кризис приравнивается к экономическому
6. Если в пункте а) кривая убывала

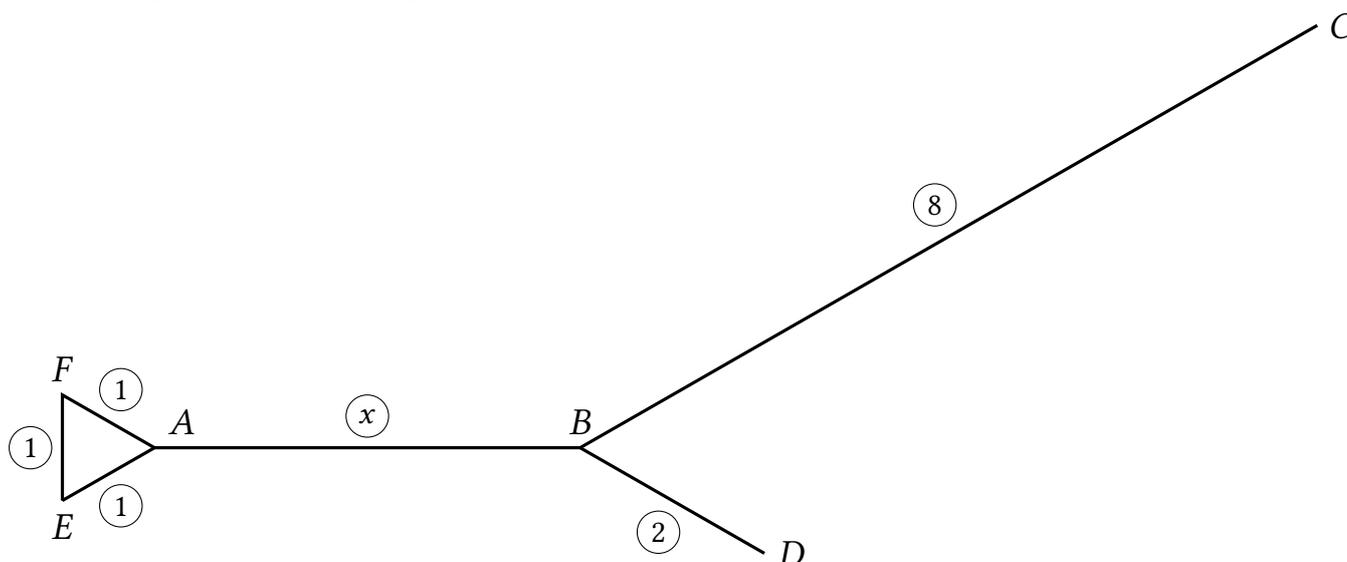
д) 2 балла за верное и полное объяснение, 0 иначе.

Оценивалось в 0 баллов, в том числе:

1. Если в решении предполагается, что государство объявляет убывающую кривую доходности
2. Если предполагается, что ставка по депозитам не меняется вместе со ставкой по облигациям
3. Если в пункте а) кривая убывала

Задача 4. Магазины в поселке**(12 баллов)**

Сеть дорог в поселке Крутышка имеет следующий вид:



Обведенные цифры рядом с отрезками обозначают их длину в километрах (x — переменная величина, необязательно нарисованная в масштабе).

Жители поселка живут вдоль дорог равномерно¹, число жителей велико. Жители могут передвигаться только по дорогам.

Изначально в поселке нет ни одного магазина. На рынок данного поселка готовы выйти две фирмы — ООО «Лидер» и ООО «Последователь». Их взаимодействие устроено следующим образом. Сначала ООО «Лидер» выбирает, где (вплотную к дороге) расположить свой магазин, а затем ООО «Последователь», наблюдая, где разместил магазин «Лидер», решает, где (вплотную к дороге) расположить свой магазин.

После того как местоположение магазинов выбрано, каждый потребитель отправляется в ближайший к нему — с точки зрения расстояния вдоль дорог — магазин (цены и ассортимент в магазинах одинаковые). Если магазины находятся на равном расстоянии от потребителя, он отправляется в магазин фирмы «Лидер». Не идти в магазин потребитель не может. Считаем, что фирмы могут расположить магазины очень близко друг к другу, так что между магазинами нет потребителей. В этом случае будем говорить, что магазины находятся «впритык». Разместить магазины прямо в одной точке фирмы не могут.

Каждая фирма максимизирует долю потребителей, которые приходят в ее магазин (рыночную долю).

а) (3 балла) Пусть $x = 9$. Определите, где разместит свой магазин фирма «Лидер» (принимается описательный ответ вида «на участке MN на расстоянии k от точки N »).

б) (9 баллов) Для каждого $x > 0$ определите, где разместит магазин фирма «Лидер», и рыночную долю «Лидера» при этом размещении. При каком значении x рыночная доля «Лидера» будет максимальна?

¹Это означает, что для любого отрезка доля жителей поселка, живущих на нем, равна отношению длины этого отрезка к суммарной длине всех дорог.

Решение

Для более краткого решения задачи полезно сделать следующее наблюдение. Чтобы доказать, что лидер выберет некую точку x_1^* , нам необязательно находить наилучший ответ последователя $x_2^*(x_1)$ для любого действия лидера x_1 ; достаточно найти лишь *какое-то* действие последователя \hat{x}_2 , что лидеру хуже при $x_1 = \hat{x}_1$, $x_2 = \hat{x}_2$, чем при $x_1 = x_1^*$, $x_2 = x_2^*(x_1)$. Все дело в том, что *данная игра является игрой с фиксированной суммой (сумма рыночных долей фирм всегда равна 1)*, и поэтому чем лучше последователю, тем хуже лидеру. Если уже при каком-то возможном ответе последователя \hat{x}_2 на действие \hat{x}_1 лидеру невыгодно отклоняться от точки x_1^* в точку \hat{x}_1 , то при *наилучшем* для последователя ответе $x_2^*(\hat{x}_1)$ лидеру тем более нет смысла отклоняться, потому что ему будет еще хуже, ведь последователю будет лучше.

а) Лидер встанет на отрезке АВ на расстоянии 1 от точки В (назовем эту точку x_1). При таком расположении как справа, так и слева от лидера будет одинаковая суммарная длина отрезков (по $(3+9+8+2)/2 = 11$). Заметим, что тогда рыночная доля лидера будет $1/2$, ведь своим оптимальным ответом последователь встанет вплотную к лидеру слева или справа, и ровно половина потребителей пойдет в каждый из магазинов.

Теперь докажем, что при любом другом расположении лидер получит меньшую долю потребителей. Если он встанет в любую другую точку, то последователь, встав в точку x_1 , получит рыночную долю больше $1/2$ (получит всех потребителей на «своем» фланге, и еще некоторых между ним и лидером), а значит, лидер получит меньше $1/2$ (а при оптимальном действии последователя лидер получит еще меньше, см. общее рассуждение перед решением). Поэтому лидер не отклонится от точки x_1 .

Ответ: лидер встанет в точку, находящуюся АВ на расстоянии 1 от точки В.

б) Идея решения основана на следующем наблюдении. От точки В отходит три «отростка» (ВС, ВD и ВА-FE). Если на одном из них находится точка, с обеих сторон от которой находится ровно по половине всех покупателей, то в нее и встанет лидер (по аналогии с пунктом а)). Если же ни на одном из них нет такой точки (что происходит, если нет отростка, который длиннее, чем сумма двух других), то естественным кандидатом на позицию лидера является сама точка В («перекресток»). Рассуждения ниже показывают, что эта интуиция верна.

При этом оказывается, что в силу того, что длины сторон треугольника AFE малы, он не играет специальной роли в анализе (достаточно учитывать сумму длин его сторон). В частности, точка А никогда не играет той же роли, что и точка В.

Общая длина всех отрезков равна $3+x+8+2 = 13+x$. Половина рынка соответствует длине $(13+x)/2$. Точка, слева и справа от которой по половине потребителей:

- никогда не находится на ВD, потому что $(13+x)/2 > 2$;
- находится на ВС при $(13+x)/2 < 8$, то есть при $x < 3$;
- находится на АВ при $3 < (13+x)/2 < 3+x$, то есть $x > 7$.

Поэтому имеет смысл рассмотреть три случая: 1) $x < 3$; 2) $3 \leq x \leq 7$; 3) $x > 7$.

1. $x < 3$. На отрезке ВС находится точка, слева и справа от которой по половине потребителей. Это точка y_1 , находящаяся на ВС на расстоянии $(3-x)/2$ от точки В. Докажем, что лидер встанет именно в эту точку. Если он встанет в нее, последователь встанет вплотную справа или слева от лидера, и лидер получит

половину потребителей. Если же лидер встанет в любую другую точку, то последователь, встав в y_1 , получит строго больше половины потребителей (логика та же, что в а)), а значит, лидер получит меньше половины. Поэтому лидер не будет отклоняться от y_1 . В итоге доля лидера будет равна $1/2$.

2. $3 \leq x \leq 7$. Докажем, что лидер встанет ровно в точку В (на «перекрестке»). Действительно, если он встанет в точку В, то в сторону точки С от него будет длина 8 потребителей, в сторону точки D от него будет длина 2 потребителей, в сторону точки А от него будет длина $x + 3$ потребителей (включая треугольник AFE). Оптимальный ответ последователя зависит от x :

- при $x + 3 < 8$, то есть $x < 5$, последователь встанет вплотную к лидеру на отрезке ВС, потому что там потребителей больше всего. Значит, лидер, встав в В, получит общую длину $2 + 3 + x = 5 + x$ (и долю $(5 + x)/(13 + x)$).
- при $x + 3 > 8$, то есть $x > 5$, последователь встанет вплотную к лидеру на отрезке АВ, потому что там потребителей больше всего. Значит, лидер, встав в В, получит общую длину $2 + 8 = 10$ (и долю $10/(13 + x)$).
- при $x = 5$ последователь может выбрать любой из двух вариантов выше, они для него равнозначны, и лидеру тоже безразлично, куда именно встанет последователь.

Докажем, что лидеру невыгодно отклоняться от точки В.

- При $x < 5$ самый длинный отросток — ВС, и достаточно доказать, что не выгодно отклоняться на него (отклонения на более короткие отростки только хуже). Если лидер отклонится на ВС, то если последователь сам встанет в точку В, то лидер получит длину меньше 8, а до отклонения он получал $5 + x \geq 8$, значит, отклоняться невыгодно.
 - Аналогично, при $x > 5$ самый длинный отросток — ВА-FE, достаточно доказать, что не выгодно отклоняться на него (отклонения на более короткие отростки только хуже). Если лидер отклонится на ВА-FE, то если последователь сам встанет в точку В, то лидер получит длину меньше $3 + x$, а до отклонения он получал $10 \geq 3 + x$, значит, отклоняться невыгодно.
 - при $x = 5$ оба этих аргумента работают.
3. $x > 7$. На отрезке АВ находится точка, слева и справа от которой по половине потребителей. Это точка z_1 , находящаяся на АВ на расстоянии $(x - 7)/2$ от точки В. Докажем, что лидер встанет именно в эту точку. Если он встанет в нее, последователь встанет вплотную справа или слева от лидера, и лидер получит половину потребителей. Если же лидер встанет в любую другую точку, то последователь, встав в z_1 , получит строго больше половины потребителей (логика та же, что в а)), а значит, лидер получит меньше половины. Поэтому лидер не будет отклоняться от z_1 . В итоге доля лидера снова будет равна $1/2$.

Подытоживая, получаем, что доля лидера как функция от x будет иметь вид

$$s_1(x) = \begin{cases} 1/2, & x < 3; \\ \frac{5+x}{13+x}, & 3 \leq x < 5; \\ \frac{10}{13+x}, & 5 \leq x < 7; \\ 1/2, & x \geq 7. \end{cases} \quad (4.1)$$

Легко видеть, что эта функция максимальна при $x = 5$, потому что функция $(5 + x)/(13 + x) = 1 - 8/(13 + x)$ возрастает, а функция $10/(13 + x)$ убывает.

Ответ: «Лидер» разместит свой магазин:

- на отрезке BC на расстоянии $(3 - x)/2$ от точки B при $x < 3$;
- в точке B при $3 \leq x \leq 7$;
- на отрезке AB на расстоянии $(x - 7)/2$ от точки B при $x > 7$.

Рыночная доля лидера дана в уравнении (4.1). Она максимальна при $x = 5$.

Схема проверки

- а) • Нет решения пункта а) (в том числе, если есть полное решение пункта б), но нет отдельного ответа на вопрос из пункта а) под соответствующей литерой) — **0 баллов**
- Только правильный ответ — **1 балл**
 - Арифметическая ошибка при решении выписанного уравнения для точки на отрезке AB — **2 балла**
- б) • **1 балл** за правильно найденную точку максимума доли *Лидера*. Если из-за арифметической ошибки при вычислении отдельных долей максимум найден неправильно, это **0 баллов**.
- Оставшиеся 8 баллов делятся на 4 участка параметров ($x > 7$, $x \in [5,7]$, $x \in [3,5]$, $x \in (0,3)$) по 2 балла каждый: по 1 баллу за позицию лидера и долю лидера
 - Отсутствие объяснения оптимальности точки B или точки на AB или точки на BC в соответствующем пункте — минус 1 балл (отсутствие сравнения оптимума с треугольником и BD при наличии сравнения точки B и точки на AB прощалось)
 - Пример: найдена точка лидера без объяснения, но нет доли: $+1 + 0 - 1 = 0$ баллов
 - В ответах на вопрос о доле фигурирует количество потребителей, а не доля — минус 1 балл один раз на всю задачу

Второй тур

Задача 5. Вредная газировка (12 баллов)

Как вы знаете из одного из заданий регионального этапа, с 1 июля 2023 года в России введен акциз на сладкие напитки. В данной задаче мы предлагаем вам с помощью модели разобраться, как можно определять оптимальную ставку таких налогов.

Представим себе экономику, населенную 100 потребителями. Функция полезности каждого потребителя имеет вид $U = 120q - 3q^2/2 - pq - v(q)$, где q — количество выпитой газировки, p — ее цена для потребителя, $v(q) = q^2/2$ — долгосрочный вред здоровью от газировки. *Вред от газировки есть в любом случае*, но потребитель может как осознавать, так и не осознавать его. Если потребитель не осознает наличие вреда от газировки, он не знает о том, что в его полезности есть слагаемое « $-v(q)$ » (все остальные слагаемые ему известны в любом случае).

Рынок газировки является совершенно конкурентным. Средние издержки фирм постоянны и равны 20. Определим *истинное общественное благосостояние* как сумму полезности потребителей (с учетом вреда от газировки, который есть в любом случае) и поступлений в бюджет². Государство максимизирует истинное общественное благосостояние.

а) (2 балла) Найдите функцию спроса одного потребителя на газировку $q_d(p)$ в двух случаях: (1) если потребитель осознает вред от газировки и (2) если не осознает.

б) (9 баллов) Государство может ввести потоварный налог на производителей газировки по ставке t . Определите оптимальную для государства ставку потоварного налога t^* в следующих случаях:

- 1) все потребители осознают вред от газировки;
- 2) ни один потребитель не осознает вред от газировки;
- 3) 50 потребителей осознают вред от газировки, а остальные 50 — не осознают.

в) (1 балл) Логика введения налога в данной ситуации похожа на логику введения налога в одной из классических тем экономической науки. Назовите эту тему. Пояснение не требуется.

Решение

а) Если потребитель осознает вред от газировки, он максимизирует свою истинную полезность

$$U_{true}(q) = 120q - 3q^2/2 - pq - q^2/2 = (120 - p)q - 2q^2 \rightarrow \max_q.$$

Функция полезности квадратична, оптимум находится в вершине параболы с ветвями вниз, $q^* = (120 - p)/4 = 30 - p/4$. Это и есть искомая функция спроса $q_d(p)$

Если же потребитель не осознает вред от газировки, то он максимизирует «полезность»

$$U_{false}(q) = 120q - 3q^2/2 - pq = (120 - p)q - 3q^2/2 \rightarrow \max_q,$$

²Участник заключительного этапа без труда определит, что в данном случае в равновесии прибыль фирм равна нулю, и поэтому ее можно не учитывать.

откуда $q_d(p) = q^*(p) = (120 - p)/3 = 40 - p/3$.

Ответ: если осознает, то $q_d(p) = 30 - p/4$, а если не осознает, то $q_d(p) = 40 - p/3$.

Примечание: Мы получили, что потребители, не осознающие вред от газировки, предъявляют более высокий спрос на нее — все логично.

б) Пусть все потребители осознают вред от газировки. Поскольку информация полна, рынок газировки совершенно конкурентный, внешние эффекты отсутствуют, при невмешательстве государства общественное благосостояние максимально, а любой положительный налог приведет к DWL. Значит, оптимальная ставка налога t^* равна 0.

Это можно проверить формально.

Поскольку средние издержки постоянны и равны 20, при введении налога по ставке t равновесная цена для потребителя будет равна $p = 20 + t$. Поскольку все потребители одинаковы, они выберут один и тот же объем потребления q . Запишем истинное общественное благосостояние как функцию от этого объема:

$$W(q) = 100(120q - 3q^2/2 - (20 + t)q - q^2/2 + tq) = 100(100q - 2q^2).$$

Его можно сразу максимизировать по q или сначала подставить $q = q_d(p) = 30 - p/4 = 30 - (20 + t)/4$ и максимизировать по ставке налога t . Первый путь проще: оптимальный объем потребления q^* равен $100/4 = 25$. Он достигается при ставке t такой, что $q_d(20 + t) = 25$, то есть $30 - (20 + t)/4 = 25$, откуда $t = 0$.

Таким образом, несмотря на вред от газировки, в этом случае государство вмешиваться не должно. Потребители и так полностью учитывают этот вред при принятии решений.

Теперь допустим, что ни один из потребителей не осознает вред от газировки. Поскольку все потребители одинаковы, они выберут один и тот же объем потребления q . Функция истинного благосостояния имеет тот же вид, что и выше:

$$W(q) = 100(100q - 2q^2).$$

Оно по-прежнему максимально при $q = 25$. Отличие в том, что теперь спрос потребителей другой ($q_d(p) = 40 - p/3$), и чтобы достичь этого объема, нужно будет ввести налог. А именно, налог t должен удовлетворять уравнению $q_d(20 + t) = 25$, $40 - (20 + t)/3 = 25$, откуда $t^* = 25$. Этот случай также можно решить максимизацией по t .

Наконец, пусть только 50 потребителей осознают вред от газировки. Осознающий и не осознающий вред потребители выберут *разные* объемы потребления q_1 и q_2 , тогда благосостояние будет равно

$$W(q_1, q_2) = 50(100q_1 - 2q_1^2) + 50(100q_2 - 2q_2^2)$$

Его не нужно максимизировать отдельно по q_1 и по q_2 , потому что объемы q_1 и q_2 связаны через ставку налога. При ставке налога t

$$q_1(t) = 30 - (20 + t)/4 = (100 - t)/4;$$

$$q_2(t) = 40 - (20 + t)/3 = (100 - t)/3.$$

Подставляя эти значения в функцию благосостояния, получаем, что как функция от ставки налога благосостояние имеет вид

$$W(t) = 50(100(100 - t)/4 - 2(100 - t)^2/16) + 50(100(100 - t)/3 - 2(100 - t)^2/9).$$

По t эта функция квадратична, ветви параболы направлены вниз. Максимизируя ее (для удобства можно сделать замену $x = 100 - t$), получаем $t^* = 16$.

Ответ: 1) $t^* = 0$; 2) $t^* = 25$; 3) $t^* = 16$.

Примечание: мы получили, что чем больше потребителей осознают вред от газировки, тем меньше должен быть налог, что также логично.

в) Ответ: Внешние эффекты (экстерналии).

Примечание: если в экономике есть отрицательный внешний эффект, то экономический агент А своими действиями отрицательно влияет на другого экономического агента Б, но не учитывает этого при принятии решений, в результате чего с точки зрения общества объем деятельности А избыточен. Государство может скорректировать эту неэффективность, введя налог на деятельность агента А.

Здесь же агент А своими действиями отрицательно влияет на экономического агента А (самого себя), но не учитывает этого при принятии решений, в результате чего с точки зрения общества объем деятельности (в данном случае, потребления) агента А избыточен. Государство может скорректировать эту неэффективность, введя налог на потребление агента А.

Таким образом, ситуация аналогична ситуации с внешним эффектом, но этот эффект не внешний, а внутренний (но не осознаваемый). По аналогии со словом *экстерналия* (от англ. *external* — «внешний»), которым также называют внешний эффект, такой внутренний, но не осознаваемый эффект называется *интерналия* (от англ. *internal* — «внутренний»). Интерналия — это как бы экстерналия на самого себя. Тема интерналий и их регулирования является частью *поведенческой экономики*, области экономической науки, изучающей не вполне рациональное поведение людей.

Схема проверки

а) По 1 баллу за каждую полностью правильную функцию спроса. При арифметических ошибках баллы не ставились.

б) Если участник в каком-либо из трех случаев 1-3 максимизирует благосостояние по t , то ему за этот случай ставится:

1. 2 балла за функцию благосостояния $W(t)$ для данного случая.
2. 1 балл за нахождение ее точки максимума.

Если участник в случаях 1-2 максимизирует благосостояние по q (в случае 3 это невозможно), то ставится:

1. по 2 балла за вывод функции благосостояния $W(q)$.
2. 1 балл за нахождение ставки налога $t^* = 0$, при которой количество равно 25 в случае 1;
3. 1 балл за нахождение ставки налога $t^* = 25$, при которой количество равно 25 в случае 2;

Если участник решает случай 1 без вычислений (получает $t^* = 0$), ссылаясь на общий результат об эффективности при совершенной конкуренции, то ему ставится **3 балла** за эту часть.

Если в случаях 2 и 3 допущена ошибка, то снимается **1 балл** за хотя бы одну арифметическую ошибку и еще **1 балл**, если эта ошибка привела к ситуации, что налог в третьем случае оказался выше, чем во втором, или другой подобной ситуации, противоречащей экономическому смыслу.

Если при выводе функции благосостояния $W(q)$ или $W(t)$ не учтена важная составляющая (например, налоги или $v(q)$), то ставится **0 баллов**. Если была ошибка подсчета (часть слагаемых умножалась на 100, часть нет), то ставится **1 балл**. Если не было доведено до функции одной переменной, то тоже ставится **1 балл**.

в) 1 балл за верно указанную тему «Внешние эффекты» («Экстерналии», «Налоги Пигу»). В случае наличия также противоречивой темы, не связанной с задачей («Монополия», «Международная торговля» и др.), ставится **0 баллов** независимо от наличия правильного ответа.

Задача 6. Коммуникационная политика Центробанка (12 баллов)

С 2014 года публикация пресс-релизов по итогам заседаний Совета директоров Банка России происходит в соответствии с заранее известным регулярным графиком. В таких пресс-релизах денежные власти сообщают публике не только решение по ключевой ставке процента, но и свои прогнозы по динамике макроэкономических переменных. Получается, что Центральный банк влияет на решения экономических агентов сразу двумя способами: путем изменения процентной ставки (процентный канал монетарной политики) и путем предоставления новой информации (коммуникационный канал монетарной политики).

а) (4 балла) Раньше коммуникационному каналу не придавали особого значения, а в последнее время он стал вызывать больший интерес исследователей. Многие из них захотели оценить силу его влияния на инфляцию. Сделать это оказалось очень трудно. Как вы думаете, почему?

б) (4 балла) До 2020 года Банк России никому не сообщал прогноз траектории ставки процента, а с 2021-го стал это делать. Приведите два объяснения того, почему такое увеличение прозрачности политики может быть полезным для достижения целей Центрального банка.

в) (4 балла) Решение о том, чтобы сообщать прогноз ключевой ставки, было принято сравнительно недавно, так как некоторые эксперты опасались, что оно может привести к плохим последствиям. Приведите два примера возможных негативных эффектов от чрезмерного увеличения прозрачности монетарной политики.

Решение

а) Сложно изолировать эффект коммуникационной политики, отделив его от эффекта изменения ставки процента. Ведь обычно Центральный банк в один и тот же день меняет ключевую ставку процента и сообщает новую информацию (выпускает пресс-релиз). Таким образом, оба события одновременно влияют на экономику и отделить воздействие одного из них от другого затруднительно.

б) Главная цель Банка России – обеспечение низкой и стабильной инфляции. Для этого нужно управлять инфляционными ожиданиями. Сообщая экономическим агентам больше информации, Центральный банк делает свое будущее поведение более предсказуемым. Это помогает укрепить доверие между ним и экономическими агентами и привязать инфляционные ожидания экономических агентов к целевому уровню инфляции. Снижение инфляционных ожиданий в конечном счете помогает снизить и инфляцию.

Засчитываются и другие разумные соображения. Например, определенность по поводу ставок помогает фирмам и домашним хозяйствам лучше планировать потребление и инвестиции в долгосрочной перспективе. Это снижает волатильность ключевых макроэкономических показателей и, следовательно, помогает сглаживать циклические колебания экономики.

Также если население верит в прогнозы ЦБ, то через самосбывающиеся ожидания политика работает быстрее и с меньшими издержками (можно в меньшей степени увеличить ставку процента, из-за чего эффект на безработицу и выпуск будет мень-

ше). Хорошая и не слишком техническая статья на эту тему доступна по этой ссылке (Исаков и др., 2018). (<https://rjmf.econs.online/2018/4/fear-offorward-guidance/>)

в) Во-первых, экономические агенты могут принять прогноз Центрального банка по ставке за обязательство поддерживать ставку на заданном уровне. В этом случае, если прогноз не оправдается, то публика сочтет себя обманутой и перестанет доверять Центральному банку. То есть возникнет эффект прямо противоположный тому, что мы описали в предыдущем пункте (рост ожиданий и инфляция, рост издержек на проведение политики).

Во-вторых, публикация прогноза ключевой ставки может снизить стимулы экономических агентов самостоятельно анализировать экономические тенденции. Это может, с одной стороны, приводит к тому, что качество прогнозов в отдельных секторах может ухудшиться (представители отдельных отраслей могут лучше оценивать ситуацию в ней, а если они просто доверяют прогнозам ЦБ, то качество прогнозов может упасть). Это ведет к большей волатильности выпуска. Также в этом случае проблема может возникать из-за того, что ошибка в прогнозах ЦБ может транслироваться напрямую во все ошибки людей в экономике. Это приведет к систематической ошибке у всех агентов в экономике (все ошибаются в одну сторону), что также увеличивает волатильность экономики.

Представитель Банка России указывала на эти соображения в своей работе (Юдаева, 2018). (<https://rjmf.econs.online/2018/2/frontiers-ofmonetary-policy/>).

Схема проверки

а) 2 балла за указание на то, что эффекты ставки и коммуникационной политики сложно изолировать. 2 балла за пояснение, почему эффекты сложно изолировать (публикация и изменение ставки происходит одновременно).

Неверные ответы:

- мало данных
- у людей неправильные ожидания, разная степень доверия и финансовой грамотности, поэтому сложно прогнозировать
- измерить ожидания можно только по опросам, которые субъективны (но ожидания и так субъективны)
- сложно отделить действия ЦБ от прочих факторов, если не указано про их одновременность
- инфляция считается за большой промежуток времени

б) Каждый аргумент по 2 балла. 1 балл за аргумент (причину изменения), 1 балл за следствие.

Если оба аргумента неправильные (нет доведенного до конца вывода, что именно меняется и за счет чего), но сказано про рост доверия к ЦБ - 1 балл. Если нет прямого указания на рост доверия ЦБ из-за большей прозрачности - штраф 1 балл.

Комментарии:

- Ответ неверный, если меняются показатели, которые не важны с точки зрения целей ЦБ (например, рост инвестиций)
- Доверие само по себе не является причиной изменения, но является необходи-

мым для эффективной работы всех механизмов

в) Каждый аргумент по 2 балла. 1 балл - первоначальный эффект, 1 балл - негативное последствие

Неверные ответы:

- фискальное доминирование (правительство использует информацию о будущей политике и выпускает долг)
- асимметрия информации (не ясно, растёт или не растёт, не ясно, что негативного будет от роста асимметрии)
- запутаются в прогнозе
- обещание сдерживать экономику ведёт к тому, что она будет ещё больше разгоняться (по логике, согласно которой в пункте б) быстрее начинало работать сдерживание)
- все знают, что ставка вернется обратно, поэтому ничего не делают, потому что знают, что ставка вернется обратно и ждут этого
- открытое государство для иностранного влияния
- политика ЦБ начнет влиять на экономику слишком сильно (на самом деле он просто адаптируется к новой величине реакции)
- появятся возможности для спекуляций и арбитража

Задача 7. Неформальные контракты в команде (12 баллов)

Виктор, владелец игрового сайта, нанял тестировщиков Анну и Бориса. Их трудовые договоры предусматривают фиксированную зарплату. Перед ними стоит задача проверить корректность работы программного обеспечения сайта: Анна должна протестировать клиентскую часть, а Борис — серверную. Как клиентская, так и серверная часть с равными шансами может работать корректно или с ошибками, причём независимо от другой части, т.е. все четыре возможных варианта корректной/ошибочной работы двух частей сайта равновероятны.

Проблема состоит в том, что у Виктора нет возможности наблюдать, насколько добросовестно Анна и Борис выполняют свои задачи. Тот из них, кто работает добросовестно, несёт от своих усилий издержки, эквивалентные 15 тыс. руб., и если ошибки есть, он их найдет и исправит. Но вместо этого тестировщик может *отлынивать* — ничего не проверять, а просто сообщить, что ошибок не обнаружено. Если ошибки останутся в рабочей версии сайта, то сайт будет работать некорректно, и Виктор потеряет на этом 80 тыс. руб.

Понимая это, Виктор обещает Анне премию b_A , а Борису — премию b_B с условием, что премия выплачивается тестировщику, только если тот находит ошибку (предполагается, что Виктор может это наблюдать). Но здесь имеется другая проблема: премии не прописаны в трудовом договоре, это неформальное соглашение между сторонами. Виктор может его нарушить и не выплатить премию, — это не будет грозить ему судебным разбирательством. В этом случае, кого бы из тестировщиков ни обманули, одного или обоих, и Анна, и Борис увольняются по собственному желанию. Виктор в случае их ухода теряет ценность дальнейшего сотрудничества с ними, составляющую 50 тыс. руб. Даже если работник увольняется, он успеваеет получить свою фиксированную зарплату, прописанную в договоре — не выплачивать ее Виктор не может.

Последовательность действий такова:

1. Виктор предлагает Анне и Борису премии (будем считать, что каждая премия известна обоим);
2. Анна и Борис одновременно и независимо принимают решение, работать или отлынивать. В этот момент они не знают, есть ли ошибки в сайте;
3. Неотлынивающие работники выявляют и исправляют ошибки, если они есть;
4. Виктор платит премии по результатам работы Анны и Бориса или отказывается платить.

Также предполагается, что:

- Анна, Борис и Виктор максимизируют математическое ожидание³ своих доходов с учётом издержек;
- несмотря на вышеуказанные издержки, проект Виктора достаточно прибыльный, чтобы приносить ему положительную прибыль в любом случае;
- если тестировщику безразлично, работать добросовестно или отлынивать, тестировщик работает добросовестно. Также тестировщики не уходят от Виктора, если он их не обманул.

³Если некая величина x принимает n значений x_1, x_2, \dots, x_n с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_n , то ее математическое ожидание по определению равно $x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$.

а) (1 балл) Если Анна ожидает, что премия b_A будет выплачена, какой должна быть эта премия, чтобы стимулировать Анну добросовестно искать ошибки?

б) (2 балла) Может ли Виктор пообещать тестирующим премии, стимулирующие их искать ошибки, а самого Виктора — никогда не обманывать работников с выплатой премий?

в) (3 балла) Допустим, Виктор предлагает премию *только* Анне, $b_B = 0$. Может ли Виктор пообещать Анне премию, стимулирующую ее искать ошибки, а самого Виктора — не обманывать Анну с выплатой премии? Если да, то какое значение b_A оптимально для Виктора при этих условиях? Выиграет ли Виктор по сравнению с ситуацией, когда он вообще не предлагает премии?

г) (5 баллов) Теперь рассмотрим случай, когда премия тестирующего может зависеть не только от его результатов, но и от результатов другого тестирующего. А именно, предположим, что если только один тестирующий находит ошибку, то он получает премию в размере b_1 , а если оба, то каждый получает премию в размере b_2 . Определите все пары премий (b_1, b_2) , которые стимулируют Анну и Бориса добросовестно искать ошибки⁴, а Виктора — никогда не обманывать работников с выплатой премий. Какие из этих пар премий (b_1, b_2) оптимальны для Виктора? Выиграет ли Виктор по сравнению с пунктом в)?

д) (1 балл) Существует ли среди оптимальных пар (b_1, b_2) в пункте г) такая, при которой Виктор по сути формирует фиксированный премиальный фонд, который поровну распределяется между нашедшими ошибки?

Решение

а) Если Анна работает добросовестно, то она несёт издержки 15 тыс. и с вероятностью $\frac{1}{2}$ получает $b_A \Rightarrow$ её ожидаемый доход равен $\frac{b_A}{2} - 15$. Если Анна отлынивает, то получает 0. Следовательно, премия b_A стимулирует работать, если $b_i \geq 30$.

б) Если оба тестирующего нашли ошибки, то Виктор должен предложить премии в сумме не менее $30 + 30 = 60$ тыс. Но тогда ему выгодно обмануть тестирующих, потеряв лишь 50 тыс. Следовательно, ответ — «нет».

в) Если Виктор премирует только Анну, то имеет смысл обещать ей премию 30 тыс. Такую премию Виктор действительно будет платить, так как это лучше, чем потерять 50 тыс. от ухода тестирующих. Несмотря на остающуюся вероятность $\frac{1}{2}$ некорректной работы сайта, такое решение будет выгодным для Виктора: он потеряет $\frac{1}{4} \cdot 0 + \frac{1}{4} \cdot 30 + \frac{1}{4} \cdot 80 + \frac{1}{4} \cdot (30 + 80) = 55$ тыс., а если вообще не будет предлагать премии, то потеряет $\frac{3}{4} \cdot 80 = 60$ тыс.

г) Анна и Борис будут работать, если

$$\frac{1}{4}b_1 + \frac{1}{4}b_2 \geq 15$$

т.е. при $b_1 + b_2 \geq 60$. Если премия полагается только Анне, Виктор не будет её обманывать при $b_1 \leq 50$, и аналогично для Бориса. Если же премия полагается обоим,

⁴Точнее, каждому должно быть выгодно работать добросовестно, если другой тестирующий тоже работает добросовестно.

то Виктор не будет их обманывать при $2b_2 \leq 50$, т.е. при $b_2 \leq 25$. Из множества допустимых пар (b_1, b_2) , удовлетворяющих неравенствам $b_1 + b_2 \geq 60$, $b_1 \leq 50$, $b_2 \leq 25$, нужно выбрать те, которые минимизируют ожидаемые расходы Виктора, составляющие $\frac{1}{4}b_1 + \frac{1}{4}b_1 + \frac{1}{4} \cdot 2b_2 = \frac{b_1+b_2}{2}$. Эта функция достигает при заданных ограничениях минимума, равного 30, когда $b_1 + b_2 = 60$, $b_1 \in [35, 50]$ и, соответственно, $b_2 \in [10, 25]$. Это выгоднее для Виктора, чем схема в п. в), при которой его потери составляют 55 тыс.

д) Можно сформировать премиальный фонд в 40 тыс., т.е. назначить $b_1 = 40$, $b_2 = 20$. Это одно из оптимальных решений.

Схема проверки

а) 1 балл за правильное решение.

Частая ошибка А: некоторые участники получали $b_A = 15$ (из-за неправильно понятой/вычисленной вероятности получения премии или предположения, что Анна несет издержки только при обнаружении ошибки). Тогда ставилось 0 баллов за п. а) и снижались баллы в последующих пунктах, там, где эта ошибка существенно влияет на выводы.

б) 2 балла за правильное решение.

Частая ошибка Б: прибыль Виктора рассчитывалась, как если бы он принимал решение об обмане еще до выяснения результата работы тестировщиков. Это неэкономично: если информация поступила, надо её использовать. Эта ошибка приводила к 0 баллов за п. б) и снижению баллов в последующих пунктах, где это влияет на выводы.

При допущенной ошибке А ($b_A = 15$) нельзя корректно решить п. б) — получается другой вывод. Поэтому и за п. б) ставилось 0 баллов.

в) 1 балл за условие на b_A $30 \leq b_A \leq 50$ и вывод, что оптимум для Виктора — $b_A = 30$.

2 балла за сравнение расходов Виктора, если он предлагает или не предлагает премию Анне, и вывод о целесообразности премирования.

г) 1 балл за условие, что Анна и Борис будут работать: $b_1 + b_2 \geq 60$ (ошибка Б не влияет).

1 балл за условия, что Виктор не будет обманывать: $b_1 \leq 50$, $b_2 \leq 25$.

1 балл за постановку задачи Виктора: минимизировать $\frac{b_1+b_2}{2}$ при условиях, полученных выше (ошибка Б не влияет).

1 балл за нахождение всех решений задачи Виктора.

1 балл за сравнение расходов Виктора, в п. в) и г) и вывод, что схема в п. г) выгоднее для него (ошибка Б не влияет).

д) 1 балл за решение, ставится только если доказано, что $(b_1, b_2) = (40, 20)$ — оптимум в п. г) и есть с чем его сравнить в п. в); ошибка Б не влияет.

Задача 8. От ВВП к КПВ*(12 баллов)*

В мире, где могут производиться только товары X и Y , страна Альфа является малой открытой экономикой, то есть может покупать и продавать любое количество этих товаров по фиксированным ценам. Мировой валютой является международный тугрик (м.т.). Мировая цена товара X равна p м.т., а мировая цена товара Y равна 1 м.т. В разное время значение p было разным, меняясь в пределах от $1/4$ до 1 включительно. Из исторических данных вы знаете, что валовой внутренний продукт (ВВП) страны по паритету покупательной способности (стоимость произведенных страной товаров в мировой валюте) зависит от p по следующему правилу:

$$\text{ВВП}(p) = 1 + 2p - 2\sqrt{p} \text{ м.т.}$$

Эта формула верна для каждого $p \in [1/4; 1]$.

Обозначим максимально возможные объемы производства товаров в стране за X_{\max} и Y_{\max} . При каждом p объемы производства в стране Альфа выбираются так, чтобы стране стали доступны объемы потребления товаров, лежащие на кривой торговых возможностей (КТВ). Известно, что альтернативные издержки производства каждого из товаров положительны и строго возрастают, и что для любого объема $X_0 \in [0; X_{\max}]$ существует такая мировая цена $p \in [1/4; 1]$, при которой в стране производится ровно X_0 единиц товара X .

а) (4 балла) Найдите X_{\max} и Y_{\max} .

б) (1 балл) Для каждого $p \in [1/4; 1]$ запишите уравнение КТВ страны (Y как функцию от X).

в) (7 баллов) Восстановите уравнение КПВ страны (Y как функцию от X). Подсказка: это можно сделать без использования производной.

Решение

а) Из строго возрастающих альтернативных издержек следует, что страна будет выбирать объемы производства в точке касания КПВ и КТВ, или в точке пересечения КПВ и КТВ, если это одна из двух крайних точек КПВ.

Пусть $X^*(p)$ и $Y^*(p)$ — объемы производства товаров X и Y в стране как функции от p . Из геометрических соображений о касании следует, что $X^*(p)$ возрастает (хотя бы нестрого). Предположим, что $X^*(1) < X_{\max}$. Тогда, в силу возрастания $X^*(p)$, $X^*(p) \leq X^*(1) < X_{\max}$ для всех $p \in [1/4; 1]$, а значит, для значений $X_0 \in (X^*(1); X_{\max})$ не существует цены $p \in [1/4; 1]$ такой, что $X^*(p) = X_0$. По условию же такая цена существует. Значит, предположенное нами неравенство $X^*(1) < X_{\max}$ неверно, и следовательно, $X^*(1) = X_{\max}$ и $Y^*(1) = 0$.⁵

Аналогично, $X^*(1/4) = 0$ и значит, $Y^*(1/4) = Y_{\max}$.

Теперь можно найти X_{\max} и Y_{\max} из данных о ВВП при ценах 1 и $1/4$ соответственно.

$$X_{\max} + 0 = 1 \cdot X^*(1) + Y^*(1) = \text{ВВП}(1) = 1.$$

⁵Тот факт, что при $X = X_{\max}$ $Y = 0$ следует из условия о том, что альт. издержки производства каждого из товаров положительны, а значит, у множества производственных возможностей нет вертикальных и горизонтальных границ.

$$0 + Y_{\max} = (1/4) \cdot X^*(1/4) + Y^*(1/4) = \text{ВВП}(1/4) = 1/2.$$

Ответ: $X_{\max} = 1, Y_{\max} = 1/2$.

б) Уравнением КТВ является прямая $pX + Y = \text{ВВП}(p)$ (при движении вдоль КТВ стоимость произведенных товаров в международных ценах не меняется). Отсюда,

$$Y = \text{ВВП}(p) - pX = 1 + 2p - 2\sqrt{p} - pX = 1 - 2\sqrt{p} + p(2 - X).$$

Ответ: $Y(X) = 1 - 2\sqrt{p} + p(2 - X)$.

в) Мы знаем, что крайние точки КПВ — $(1,0)$ и $(0,1/2)$. Теперь нам нужно найти все остальные точки на КПВ.

Способ 1 (без использования производной).

Докажем, что чтобы найти уравнение КПВ, нам нужно всего лишь *проминимизировать* найденное выше уравнение КТВ по p . Это следует из того, что КПВ является *нижней огибающей* семейства КТВ.

А именно, пусть искомое уравнение есть $Y = \text{КПВ}(X)$. Поскольку для любого p КПВ лежит не выше КТВ, получаем, что для любого $X \in [0; X_{\max}]$ и любого $p \in [1/4; 1]$ верно неравенство

$$\text{КПВ}(X) \leq 1 - 2\sqrt{p} + p(2 - X) \quad (8.1)$$

Но возьмем некий фиксированный объем X и рассмотрим цену $p_0(X) \in [1/4; 1]$, при которой в стране производится именно этот объем X (такая цена есть по условию). Поскольку при этой цене производится именно объем X , при объеме X и цене $p_0(X)$ значения КПВ и КТВ совпадают, то есть в (8.1) достигается равенство.

Итак, мы получили, что для всех $p \in [1/4; 1]$ верно неравенство (8.1), причем при каком-то $p \in [1/4; 1]$ оно выполняется как равенство (этот факт проиллюстрирован на рис. 8.1). А это значит, что при каждом X КПВ(X) равно *минимальному* значению функции $f(p) = 1 - 2\sqrt{p} + p(2 - X)$ на отрезке $[1/4; 1]$.

Осталось найти это минимальное значение. $f(p)$ является квадратичной функцией от $t = \sqrt{p}$, Поскольку $X \leq X_{\max} = 1 < 2$, ветви параболы направлены вверх (здесь мы существенно использовали найденное раньше значение $X_{\max} = 1$). Поскольку $p \in [1/4; 1], t \in [1/2; 1]$. Вершина имеет абсциссу

$$t_{\text{в}} = \frac{1}{2 - X},$$

что принадлежит отрезку $[1/2; 1]$ при $0 \leq X \leq 1$, значит, это действительно точка минимума. Отсюда

$$p_0(X) = \frac{1}{(2 - X)^2}$$

и

$$\text{КПВ}(X) = 1 - 2\frac{1}{2 - X} + \frac{1}{(2 - X)^2}(2 - X) = \frac{2 - X - 2 + 1}{2 - X} = \frac{1 - X}{2 - X}.$$

Способ 2 (через анализ производных).

Пусть $X(p)$ и $Y(p)$ — объемы производства товаров в стране. Для каждого p выполнено тождество

$$Y(p) + pX(p) = \text{ВВП}(p) = 1 + 2p - 2\sqrt{p}.$$

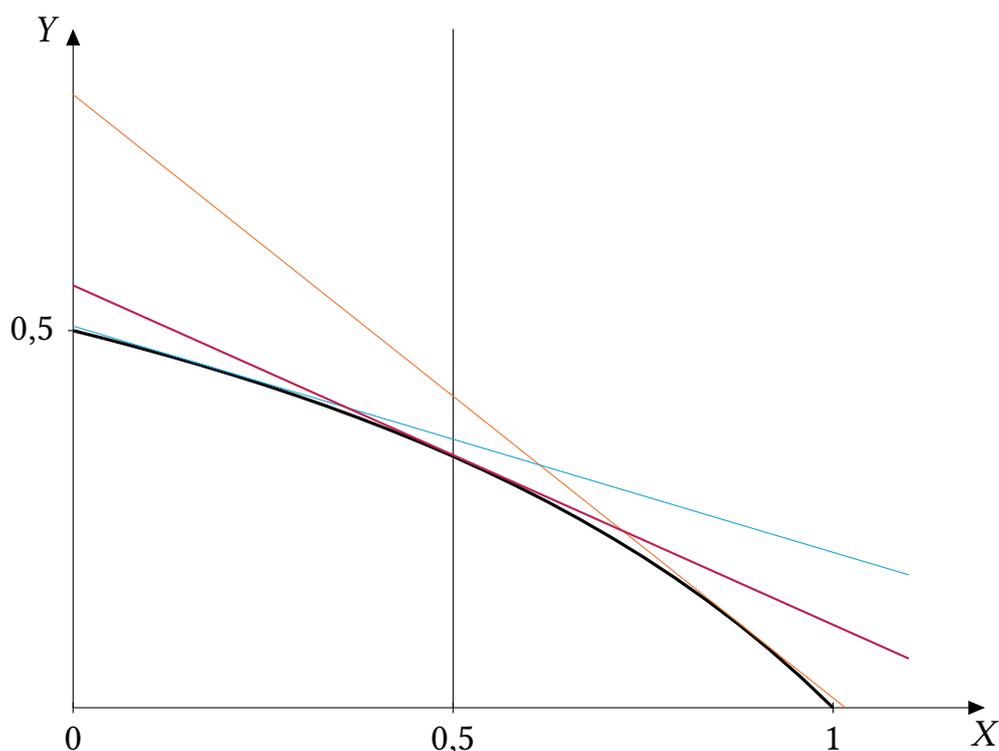


Рис. 8.1: Идея решения: значение КПВ равно минимальному из значений всех КТВ на вертикальной прямой (при фиксированном X). На рисунке изображены три КТВ, включая ту, значение которой при данном X минимально среди всех КТВ (изображена красным).

Продифференцируем его по p , получим

$$Y'(p) + 1 \cdot X(p) + X'(p)p = 2 - \frac{1}{\sqrt{p}}. \quad (8.2)$$

Теперь заметим, что поскольку страна всегда находится в точке на КПВ, $Y(p)$ и $X(p)$ связаны тождеством

$$Y(p) = \text{КПВ}(X(p)).$$

Продифференцируем и его:

$$Y'(p) = \text{КПВ}'(X(p))X'(p).$$

Но поскольку экономика находится в точке касания КПВ и КТВ, а наклон КТВ равен $-p$, для любого p выполнено

$$\text{КПВ}'(X(p)) = -p.$$

Подставляя это соотношение в предыдущее равенство, получаем, что

$$Y'(p) = -pX'(p).$$

Подставляя это в (8.2), получаем, что $X'(p)p$ сокращается, и в итоге,

$$X(p) = 2 - \frac{1}{\sqrt{p}}.$$

Выражая отсюда p , получаем что, цена $p_0(X)$, при которой оптимально производить ровно X единиц товара X задается как

$$p_0(X) = \frac{1}{(2-x)^2}.$$

Поскольку при такой цене КПВ и КТВ в точке X совпадают, найти КПВ можно, подставив эту цену в уравнение КТВ.

Ответ: $Y(X) = \frac{1-X}{2-X}$.

Примечание 1: Как видим из этого уравнения КПВ, $X_{\max} = 1$ и $Y_{\max} = 1/2$, все сошлось. При данной КПВ, являющейся участком гиперболы, альтернативные издержки производства действительно строго возрастают, см. рис. 8.1. Решив прямую задачу, можно проверить, что при данной КПВ ВВП описывается как раз функцией, данной в условии.

Примечание 2: приведенный метод восстановления КПВ по данным о ВВП работает при любом числе товаров. Предположим, что в открытой экономике есть 1000 товаров, а именно, товары $Y, X_1, X_2, \dots, X_{999}$. Пусть p_i — цена товара X_i , а цена товара Y принята за единицу. Допустим, мы смогли оценить зависимость ВВП от 999 цен p_1, p_2, \dots, p_{999} , и получили функцию ВВП(p_1, p_2, \dots, p_{999}). Тогда мы можем точно так же сначала восстановить КТВ как

$$\text{КТВ} = \text{ВВП}(p_1, p_2, \dots, p_{999}) - p_1 X_1 - p_2 X_2 - \dots - p_{999} X_{999},$$

а затем найти 1000-мерную КПВ $Y(X_1, X_2, \dots, X_{999})$, проминимизировав это выражение для КТВ по всем ценам p_1, p_2, \dots, p_{999} . Обоснование этого метода ровно то же, что и в случае двух товаров.

Схема проверки

а) Всего за пункт 4 балла, из них:

- Правильные ответы для X_{\max} и Y_{\max} — по 1 баллу.
- Обоснование — 2 балла. Ссылка на то, что $X(p)$ возрастает, необходима для обоснования.

б) 1 балл за верное уравнение КТВ.

в) Всего за пункт 7 баллов. При решении Способом 1 из них:

- Идея о том, что для получения КПВ нужно проминимизировать КТВ по p при каждом x (с обоснованием) — 5 баллов. При этом:
 - если есть эта идея без обоснования — 3 балла.
 - если есть только идея о том, что КПВ является нижней огибающей всех КТВ (без дальнейшей минимизации) — 3 балла.
- Получение зависимости $X(p)$ или $p(X)$ — 1 балл.
- Получение итоговой КПВ — 1 балл.

Решение способом 2 оценивалось полным баллом.

За арифметическую ошибку снимался 1 балл.

Особые случаи:

- Если участник просто продифференцировал зависимость $КТВ(X, p)$ по p без идеи о том, что надо искать минимум (или с неверной идеей о том, что надо искать максимум), и находит в результате верное уравнение КПВ, ему ставится 2 балла из 7 за пункт в).
- Если участник просто «угадал» верное уравнение КПВ, и обосновал, что оно удовлетворяет всем условиям задачи, за пункт в) ставится полный балл.