

# XXIX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

2023/2024 год

Региональный этап

11 класс

## Ответы, решения и схемы проверки

Задания состоят из четырех частей. Первые три части — тестовые, к вопросам из них нужно привести только ответы. К заданиям четвертой части нужно привести развернутые решения.

Максимальное количество баллов — 100. Продолжительность — 180 минут.

### Часть 1

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать единственно верный или наиболее полный ответ. Правильный ответ приносит 2 балла.

**1.1.** Чему, среди прочего, посвящены научные работы Клаудии Голдин, за которые она была удостоена Нобелевской премии по экономике в 2023 году?

- 1) способам предотвращения финансовых кризисов;
- 2) методам анализа естественных экспериментов;
- 3) оптимальным правилам аукционов;
- 4) анализу того, как и почему менялась во времени степень участия женщин в рабочей силе.

**Комментарий.** Нобелевская премия Клаудии Голдин присуждена за «за углубление нашего понимания положения женщин на рынке труда».

**1.2.** Функция спроса на товар фирмы-монополиста имеет вид  $Q = 100/P^2$ , а функция издержек описывается уравнением  $ТС = Q$ . В точке оптимума маржинальность бизнеса (доля прибыли в выручке) равна:

- 1) 100 %;                      2) 75 %;                       3) 50 %;                      4) 25 %.

**Комментарий.** Способ 1. Указанная кривая спроса обладает постоянной эластичностью по цене  $\varepsilon = -2$ , а из формулы общих издержек следует, что  $МС = АС$ . Воспользуемся формулой ценообразования монополии:

$$\frac{P - МС}{P} = \frac{1}{|\varepsilon|}.$$

Подставляя эластичность и используя  $МС = АС$ , получаем

$$\frac{P - АС}{P} = \frac{1}{2}.$$

Заметим, что левая часть равенства как раз и есть доля прибыли в выручке, откуда получаем ответ.

**Способ 2.** Выразим обратную функцию спроса и запишем функцию прибыли:

$$\pi(Q) = \frac{10}{\sqrt{Q}} \cdot Q - Q.$$

Произведем замену  $t = \sqrt{Q}$  и получим:  $\pi(t) = 10t - t^2$ . Это квадратичная парабола с максимумом в  $t = 5$ , откуда  $Q = 25$  и  $P = 2$ . Прибыль равна  $2 \cdot 25 - 25 = 25$ , а выручка  $2 \cdot 25$ . Доля прибыли в выручке равна 50 %.

**1.3.** Выберите вариант, в котором российские финансовые инструменты упорядочены по возрастанию риска:

- 1) рублевый банковский вклад до 1,4 млн руб., акции, корпоративные облигации;
- 2) корпоративные облигации, рублевый банковский вклад до 1,4 млн руб., акции;
- 3) акции, рублевый банковский вклад до 1,4 млн руб., корпоративные облигации;
- 4) рублевый банковский вклад до 1,4 млн руб., корпоративные облигации, акции.

**Комментарий.** Вклад является инструментом с наименьшим риском, потому что он имеет гарантированную доходность, а также застрахован в сумме до 1,4 млн руб. Облигации также гарантируют определенные выплаты в определенные периоды времени; а также делают держателя облигации кредитором ее эмитента, что позволяет получить выплаты в первую очередь при банкротстве. Акции являются наиболее рискованным инструментом, потому что они не имеют гарантированной доходности, а в случае банкротства компании требования акционеров удовлетворяются в последнюю очередь.

**1.4.** В стране Коррадии есть две равные по численности, но не по доходу группы населения, внутри каждой из которых доход распределен равномерно. Изначально коэффициент Джини равен  $G_0$ . После того как государство ввело и собрало пропорциональный подоходный налог, коэффициент Джини равен  $G_1$ . После того как оно затем распределило налоговые поступления поровну между группами и равномерно внутри каждой группы, коэффициент Джини равен  $G_2$ . Тогда:

- 1)  $G_0 = G_1 = G_2$ ;
- 2)  $G_0 > G_1 > G_2$ ;
- 3)  $G_0 = G_1 > G_2$ ;
- 4)  $G_0 = G_1 < G_2$ .

**Комментарий.** Пропорциональный налог не меняет относительного распределения доходов (у всех становится на одну и ту же долю меньше денег, так что никто не становится богаче или беднее относительно других), а пропорциональное распределение налоговых сборов делает относительно богаче ту группу населения, у которой изначально доходы были ниже (для них полученная фиксированная выплата прибавит больше процентов к доходу, чем для тех, у кого изначально доход был выше). Поэтому первое действие государства не меняет неравенство, а второе его снижает.

**1.5.** Укажите промежуток значений, в котором находился уровень безработицы в России в первом полугодии 2023 г. (по данным Росстата).

- 1) [0 %; 5%];
- 2) [5 %; 10%];
- 3) [10 %; 15%];
- 4) [15 %; 20%].

**Комментарий.** Уровень безработицы в России в 2023 году был близок к историческим минимумам. Данные Росстата по месяцам с января по июнь (уровень безработицы в %): 3,6; 3,5; 3,5; 3,3; 3,2; 3,1. (См. доклады «Социально-экономическое положение России» на сайте [rosstat.gov.ru](http://rosstat.gov.ru).)

## Часть 2

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать все верные. Правильным ответом считается полное совпадение выбранного множества вариантов с ключом. Правильный ответ приносит 3 балла.

**2.1.** Допустим, фирмы не могут изменить цены на свою продукцию в краткосрочном периоде, а в долгосрочном периоде — могут. Тогда:

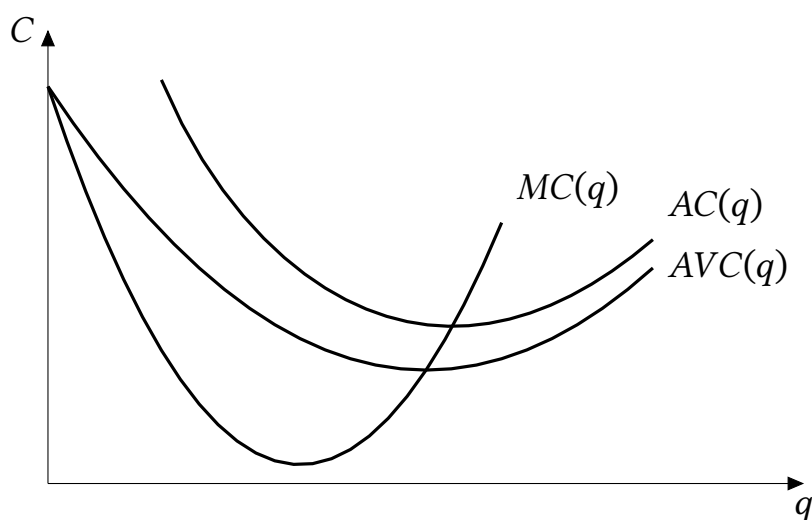
- 1) увеличение госзакупок приведет к росту реального ВВП в краткосрочном периоде;
- 2) увеличение госзакупок приведет к росту реального ВВП в долгосрочном периоде;
- 3) увеличение аккордных налогов на домохозяйства приведет к уменьшению реального ВВП в долгосрочном периоде;
- 4) уменьшение аккордных налогов на домохозяйства приведет к инфляции в долгосрочном периоде.

**Комментарий.** Увеличение госзакупок и уменьшение аккордных налогов повышает совокупный спрос, увеличение аккордных налогов — снижает. Если фирмы не могут менять цены, то это скажется только на выпуске (реальном ВВП). В долгосрочном же периоде кривая предложения абсолютно неэластична, так что на выпуске сдвиг спроса не скажется.

**2.2.** Предположим, что в краткосрочном периоде функции  $AVC(q)$ ,  $AC(q)$ ,  $MC(q)$  некоторой фирмы имеют стандартный U-образный вид. Тогда:

- 1) если  $MC(q)$  убывает на некотором интервале, то и  $AVC(q)$  убывает на нем;
- 2) если  $AC(q)$  убывает на некотором интервале, то и  $AVC(q)$  убывает на нем;
- 3) если  $AC(q)$  возрастает на некотором интервале, то и  $AVC(q)$  возрастает на нем;
- 4) если  $MC(q)$  возрастает на некотором интервале, то и  $AVC(q)$  возрастает на нем.

**Комментарий.** По стандартному графику издержек можно определить все правильные и неправильные ответы. Важно, что  $AVC(q)$  и  $AC(q)$  пересекают  $MC(q)$  в точках своих минимумов.



**2.3.** С 1 июля 2023 г. в России введен акциз на сладкие напитки в размере 7 руб. за литр. Предположим для примера, что функции спроса и предложения линейны, причем до введения акциза в точке равновесия эластичность спроса равна  $(-1)$ , а эластичность предложения равна 6. Тогда в результате введения акциза на данном рынке:

- 1) цена для потребителей вырастет на 7 руб. за литр;
- 2) цена для производителей упадет на 6 руб. за литр;
- 3) цена для потребителей вырастет на 6 руб. за литр;
- 4) общие расходы потребителей уменьшатся.

**Комментарий.** Эластичности спроса и предложения позволяют судить о том, чья цена поменяется сильнее (потребителей или продавцов) при одном и том же изменении равновесного объема продаж. Чем более эластичен спрос (предложение), тем меньше изменение цены потребителей (продавцов). Для линейных функций соотношение изменений цен обратно пропорционально модулям эластичностей, так что 7 руб. налога распределятся между потребителями и производителями как 6:1.

Что касается общих расходов потребителей, то в точке единичной эластичности линейной функции спроса они максимальны, поэтому любое изменение цены их уменьшит.

**2.4.** Страна Альфа производит товары  $X$  и  $Y$  и может торговать этими товарами с другими странами. Известно, что кривая торговых возможностей страны Альфа описывается уравнением  $Y + 2X = 100$ . КПВ страны непрерывна. Тогда:

- 1) точка  $(X = 30, Y = 50)$  не может лежать на КПВ страны;
- 2) точка  $(X = 30, Y = 30)$  не может лежать на КПВ страны;
- 3) на мировом рынке можно обменять 1 единицу товара  $Y$  на 2 единицы товара  $X$ ;
- 4) если площадь под КПВ страны равна 2500, то альтернативные издержки производства товара  $X$  постоянны.

**Комментарий.** Кривая торговых возможностей показывает множество наборов  $(X, Y)$ , которые страна может позволить себе в результате производства и торговли, а КПВ — только в результате производства. Поэтому точка на КПВ не может лежать

выше КТВ (вариант 1 верен), а ниже — может (вариант 2 неверен). Вариант 3 неверен, потому что уменьшение  $Y$  на 1 позволяет увеличить  $X$  на 0,5 (а не на 2) вдоль КТВ. Наконец, площадь под КТВ из уравнения равна 2500, то есть в варианте 4 площади под КПВ и КТВ равны. Учитывая, что КПВ не может нигде лежать выше КТВ, получаем, что они совпадают, то есть КПВ тоже линейная, а значит альтернативные издержки постоянны.

**2.5.** Говорят, что производственная функция обладает *убывающей отдачей от масштаба*, если при увеличении положительных объемов всех факторов производства в  $t > 1$  раз выпуск растет менее, чем в  $t$  раз. Какие из нижеперечисленных производственных функций обладают убывающей отдачей от масштаба?

1)  $Q = \sqrt{L}$ ;      2)  $Q = \sqrt{KL}$ ;      3)  $Q = \sqrt[4]{KL}$ ;      4)  $Q = \sqrt{KL} + \sqrt[4]{KL}$ .

**Комментарий.** Заметим, что  $\sqrt{t} < t$  для  $t > 1$ . Тогда для (1)  $Q(tL) = \sqrt{tL} = \sqrt{t}\sqrt{L} < t\sqrt{L} = tQ(L)$  для  $t > 1$ . Для (2)  $Q(tK, tL) = \sqrt{tKtL} = t\sqrt{KL} = tQ(K, L)$ . Такая функция обладает *постоянной отдачей от масштаба*. Для (3)  $Q(tK, tL) = \sqrt[4]{tKtL} = \sqrt{t}\sqrt[4]{KL} < t\sqrt[4]{KL} = tQ(K, L)$  при  $t > 1$ . Наконец, для (4)  $Q(tK, tL) = \sqrt{tKtL} + \sqrt[4]{tKtL} = t\sqrt{KL} + \sqrt{t}\sqrt[4]{KL} < t\sqrt{KL} + t\sqrt[4]{KL} = tQ(K, L)$ .

### Часть 3

**5 вопросов** с открытым ответом. В этой части будут засчитаны все правильные по смыслу ответы, в том числе ответы с соответствующими предлогами и единицами измерения или без них. Правильный ответ приносит 3 балла.

**Комментарий.** В этой части следует засчитывать все правильные по смыслу ответы, в том числе с соответствующими предлогами и единицами измерения. Например, в вопросе 3.2 нужно засчитать ответы «91», «91 млн руб.», «91 000 000 руб.», и даже ответ «91 000 000» без единиц измерения, так как в этом случае ясно, что участник решил задачу верно. В вопросе 3.4 нужно засчитать как ответ «9 %», так и ответ «9».

**3.1.** В стране Альфа функция совокупного спроса выводится из уравнения количественной теории денег. Скорость обращения денег постоянна. Краткосрочное совокупное предложение описывается уравнением  $Y = 2024P$ . Изначально экономика находится в состоянии краткосрочного и долгосрочного равновесия. Центральный банк увеличил денежную массу на 10%. Определите уровень инфляции в долгосрочном периоде, вызванной этим действием ЦБ.

**Ответ:** 10 %.

**Комментарий.** В долгосрочном периоде  $Y$  постоянно, поэтому в уравнении  $MV = PY$  относительное изменение  $M$  равно относительному изменению  $P$ , то есть инфляция равна 10 %.

**3.2.** Предприниматель придумал идею нового бухгалтерского сервиса на основе искусственного интеллекта. Он ожидает, что первоначальные инвестиции в разработку

составят 10 млн руб., за первый год прибыль стартапа составит  $(-5,5)$  млн руб., за второй год она составит 2,42 млн руб., за третий год она составит 5,324 млн руб. (считайте, что вся прибыль всегда получается в конце года). В конце третьего года предприниматель рассчитывает продать стартап крупной компании за 133,1 млн руб. Найдите чистую приведенную стоимость этого проекта, ожидаемую предпринимателем (в млн руб.), если ставка дисконтирования равна 10 % годовых.

**Ответ:** 91.

**Комментарий.** Посчитаем чистый приведенный доход по стандартной формуле:

$$NPV = -10 + \frac{-5,5}{1,1} + \frac{2,42}{1,1^2} + \frac{5,324 + 133,1}{1,1^3} = -10 - 5 + 2 + 4 + 100 = 91.$$

**3.3.** В городе N-ске спрос на аренду электросамокатов описывается уравнением  $Q = 100 - P$ , а предложение — уравнением  $P = 20$ . Электросамокаты создают неудобства для пешеходов. Общий денежный эквивалент этих неудобств составляет  $cQ$ . Государство может ввести потоварный налог на электросамокаты по любой ставке, а также может полностью запретить их. При каком минимальном значении  $c$  полный запрет электросамокатов является оптимальной для общества политикой?

**Ответ:** 80.

**Комментарий.** Общественно оптимальный объем пользования электросамокатами равен 0, если предельные общественные издержки не меньше предельных общественных выгод для каждого  $Q \geq 0$ . Первые равны  $MSC = c + 20$ , а вторые —  $MSB = 100 - Q$ .  $100 - Q \leq 20 + c$  для всех  $Q \geq 0$ , если  $c \geq 80$ .

**3.4.** На рынке бургеров ранее действовал НДС по ставке 10 %, и функция предложения с учетом налога имела вид  $Q_s = 12P - 140$ , где  $P$  — цена для потребителя. С 1 октября 2023 г. ставку НДС на рынке бургеров повысили до 20 %. Определите, на сколько процентов сократилось потребление бургеров в результате изменения НДС, если спрос на бургеры описывается уравнением  $Q_d = 280 - 9P$ .

**Ответ:** 9 %.

**Комментарий.** Изначальное равновесие определялось уравнением  $280 - 9P = 12P - 140$ , откуда  $P = 20$ ,  $Q = 100$ .

Изначально цена производителя и цена потребителя были связаны соотношением  $P_d = 1,1P_s$ , так что функция предложения без учета налога имеет вид  $Q_s(P_s) = 12 \cdot (1,1P_s) - 140 = 12 \cdot 1,1P_s - 140$ . При НДС по ставке 20 % выполнено  $P_s = P_d/1,2$ , так что новая кривая предложения примет вид  $Q_s = 12 \cdot 1,1P_d/1,2 - 140 = 10 \cdot 1,1P_d - 140 = 11P_d - 140$ . В новом равновесии  $11P - 140 = 280 - 9P$ , откуда  $P = 21$ . Поскольку цена для потребителей выросла на 1, а наклон спроса равен 9, количество сократилось на 9 единиц, что составляет 9 % от изначального количества  $Q = 100$ .

В России действительно с 01.10.2023 повысили НДС на бургеры с 10 до 20 %.

**3.5.** В некоей стране на рынке труда спрос описывается уравнением  $L = 96 - w$ , предложение труда мужчин — уравнением  $L = 1,2w$ , предложение труда женщин — уравнением  $L = w$ . На рынке установлена минимальная зарплата в размере  $w_{\min}$ . Фирмы

платят мужчинам и женщинам равную зарплату, но при любой зарплате нанимают в первую очередь мужчин, и лишь во вторую очередь — если еще остались вакансии — женщин. Известно, что среди женщин уровень безработицы составил 20 %. Найдите  $w_{\min}$ .

**Ответ:** 32.

**Комментарий.** Поскольку на рынке при установленной минимальной зарплате  $w_{\min}$  имеет место безработица, фактическая зарплата равна минимальной,  $w = w_{\min}$ . Если число занятых женщин при зарплате  $w = w_{\min}$  ненулевое, то его можно посчитать как разность общего спроса на труд и предложения труда мужчин:

$$L_{\text{ж}} = (96 - w) - 1,2w = 96 - 2,2w.$$

Уровень безработицы — это отношение числа безработных (разницы между предложением труда и числом занятых) и предложения труда. Уровень безработицы среди женщин:

$$\frac{w - (96 - 2,2w)}{w} \cdot 100 \% = 20 \%$$

Отсюда получаем  $w = 32$ .

## Часть 4

3 задачи, полное решение каждой из которых приносит 20 баллов.

Уважаемые коллеги!

В этом документе вы найдете решения задач регионального этапа всероссийской олимпиады школьников по экономике 2023/2024 года. Мы надеемся, что сами задания, а также процесс их проверки доставят вам удовольствие.

При проверке задач нужно придерживаться схем, разработанных Центральной предметно-методической комиссией (ЦПМК) по экономике и приведенных в данном документе, а также «Требований к проведению регионального этапа по экономике в 2023/2024 учебном году». Общие принципы проверки приведены в «Требованиях...» и в списке ниже:

1. Для проверки задач члены жюри делятся на рабочие группы, каждая группа проверяет конкретную задачу, один из членов рабочей группы назначается ее руководителем. Такое разделение труда (при котором отдельные члены жюри проверяют конкретные задачи, а не работы целиком) способствует одинаковому уровню требований к решениям, облегчает разрешение спорных случаев. Состав рабочих групп утверждается председателем жюри или его заместителем. В случае если некоторые рабочие группы завершают проверку своих задач раньше других, их участники могут присоединиться к другим рабочим группам.
2. Оценка работ каждого участника по части 4 (задачи) осуществляется не менее чем двумя членами жюри.
3. Жюри проверяет работы в соответствии со схемами проверки, разработанными ЦПМК. В случае наличия в работе участника фрагмента решения, который не может быть оценен в соответствии со схемой проверки, жюри принимает решение исходя из своих представлений о справедливом оценивании, при возможности консультируясь с составителями заданий. Выполнение данного требования имеет исключительную важность, поскольку по итогам регионального этапа составляется единый рейтинг школьников по России, на основании которого определяется состав участников заключительного этапа.
4. Жюри оценивает только то, что написано в работе участника: не могут быть оценены комментарии и дополнения, которые участник может сделать после окончания тура (например, в апелляционном заявлении).
5. Фрагменты решения участника, зачеркнутые им в работе, не проверяются жюри. Если участник хочет отменить зачеркивание, он должен явно написать в работе, что желает, чтобы зачеркнутая часть была проверена. Если невозможно однозначно определить, хотел ли участник, чтобы фрагмент решения был проверен, этот фрагмент не проверяется.
6. Участник должен излагать свое решение понятным языком, текст должен быть написан разборчивым почерком. При этом жюри не снижает оценку за помарки, исправления, орфографические, пунктуационные и стилистические ошибки, недостатки в оформлении работы, если решение участника можно понять.
7. Все утверждения в решении участника должны быть либо общеизвестными



(стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений участника. Участник может не доказывать общеизвестные утверждения. Вопрос определения общеизвестности находится в компетенции жюри, но в любом случае общеизвестными считаются факты, изучаемые в рамках школьной программы. Также, как правило, общеизвестными можно считать те факты, которые многократно использовались в олимпиадах прошлых лет и приводились без доказательств в официальных решениях. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Решение, которое явно или скрыто опирается на не доказанные участником не общеизвестные факты, оценивается неполным баллом.

8. Участник может решать задачи любым корректным способом, жюри не повышает баллы за красоту и лаконичность решения, а равно не снижает их за использование нерационального способа. Корректным может быть решение, которое нестандартно и отличается по способу от авторского (приведенного в материалах составителей). При этом недопустимо выставление баллов «за объем»: если участник написал большой текст, не содержащий продвижений в решении задачи, такой текст должен быть оценен в 0 баллов.
9. Работа участника не должна оставлять сомнений в том, каким способом проводится решение задачи. Если участник излагает несколько решений задачи, которые являются разными по сути (и, возможно, приводят к разным ответам), и некоторые из решений являются некорректными, то жюри не обязано выбирать и проверять корректное решение.
10. Если в решении участника содержатся противоречащие друг другу суждения, то они, как правило, не оцениваются, даже если одно из них верное. Нарушение логических последовательностей (причинно-следственных связей), как правило, приводит к существенному снижению оценки.
11. В работе участника должно содержаться доказательство полноты и правильности его ответа, при этом способ получения ответа, если это не требуется для доказательства его полноты и правильности, излагать необязательно.
12. Штрафы, которые жюри присваивает за вычислительные ошибки, зависят от серьезности последствий этих ошибок. Вычислительная ошибка, которая не привела к существенному изменению дальнейшего решения задачи и качественно не изменила получаемых выводов, штрафуются меньшим числом баллов, чем вычислительная ошибка, существенно повлиявшая на дальнейшее решение.
13. Если задача состоит из нескольких пунктов, то участник должен четко обозначить, где начинается решение каждого пункта. Каждый фрагмент решения проверяется в соответствии с критериями проверки, разработанными для указанного участником пункта. Если в решении участника одного из пунктов задачи содержится фрагмент решения, который в соответствии со схемой оценивания может принести баллы за другой пункт задачи, жюри может не ставить эти баллы, если из решения неочевидно, что участник понимает применимость результатов к другому пункту. При решении пунктов задачи участник может ссылаться на собственные решения (ответы) к другим пунктам или на общую часть реше-

ния, выписанную в начале.

14. Если ошибка была допущена в первых пунктах задачи и это изменило ответы участника в последующих пунктах, то в общем случае баллы за следующие пункты не снижаются, то есть они проверяются так, как если бы собственные результаты, которыми пользуется участник, были правильными. Исключением являются случаи, когда ошибки в первых пунктах упростили или качественно исказили логику дальнейшего решения и/или ответы — в этих случаях баллы за последующие пункты могут быть существенно снижены.
15. Если участник в своем решении опирается на метод перебора вариантов, то для получения полного балла должны быть разобраны все возможные случаи. Упущение некоторых случаев может привести к существенному снижению оценки (непропорциональному доле неразобранных случаев в общем их числе).
16. Если для решения участнику необходимы дополнительные предпосылки, то он должен их сформулировать. Дополнительные предпосылки при этом не должны менять смысл задачи и существенно сужать круг обсуждаемых в решении ситуаций по сравнению с тем, который задан в условии.

Составители написали приведенные ниже решения более подробно, чем если бы им самим пришлось участвовать в олимпиаде. Данный документ содержит пояснения, примечания, альтернативные способы решений, которые предназначены исключительно для информирования жюри, а также всех, кто будет разбирать эти задачи в дальнейшем при изучении экономики и подготовке к олимпиадам. От участников не нужно требовать слишком подробного решения — в любом случае руководствуйтесь здравым смыслом и старайтесь определить, действительно ли участник понимает, как решается задача.

При этом помните, что приведенные ниже схемы проверки и обозначенные выше принципы будут применяться во всех регионах; для сопоставимости результатов необходимо следовать им максимально четко. В случае если работа участника не укладывается в предложенную схему проверки, примите решение исходя из своего опыта и справедливости.

#### 4.1. Ругрики и ставка процента

В государстве Ругриград национальной валютой является ругрик. На валютном рынке функция спроса на ругрики имеет вид  $Q^D(P) = 100 - P$ , где  $P$  — валютный курс ругрика (цена одного ругрика, выраженная в единицах иностранной валюты),  $Q$  — количество ругриков (в млн). Функция предложения ругриков на валютном рынке, в свою очередь, зависит от ставки процента  $r$  в Ругриграде и имеет вид  $Q^S(P) = kr + P$ , где  $k$  — некоторый коэффициент. Ставка процента  $r$  измеряется в процентах, а не в долях, то есть если  $r = 10\%$ , то в уравнение нужно подставлять число 10. Частное потребление в Ругриграде задается как  $C = 20 + 0,5Y_d$ , где  $Y_d$  — располагаемый доход, чистые налоги и госрасходы автономны и равны, соответственно,  $T = 50$  и  $G = 30$ . Инвестиции отрицательно зависят от ставки процента ( $I = 40 - r$ ), а чистый экспорт отрицательно зависит от валютного курса ругрика и задается функцией  $NX = 10 - 0,5P$ .

а) (2 балла) Пользуясь экономической интуицией, отметьте наиболее вероятный знак коэффициента  $k$ : + или -. Объяснение приводить не нужно. В дальнейшем решении пользуйтесь вашим предположением относительно знака коэффициента  $k$ .

б) (10 баллов) Пусть  $|k| = 1$ , а ставка процента  $r = 10\%$ . Чему равны равновесный валютный курс ругрика  $P$  и равновесный выпуск Ругриграда?

в) (4 балла) Спрос на ругрики упал до уровня  $Q^D(P) = 94 - P$ . На сколько процентных пунктов и как (увеличить/уменьшить) Центральный Банк Ругриграда (ЦБР) должен изменить ставку процента, чтобы вернуть курс ругрика к прежнему уровню?

г) (4 балла) Предположим, ЦБР изменил ставку процента до уровня, определенного в в). На сколько и как (увеличить/уменьшить) нужно теперь изменить налоги, чтобы вернуть ВВП на исходный уровень, сохраняя уровень валютного курса?

#### Решение

а) Ответ: – (минус).

Пояснение (от участника оно не требуется): при прочих равных, рост ставки процента в стране увеличивает стимулы агентов к сбережению денег в национальной валюте — ругриках. Таким образом, предложение ругриков — желание их продавать — должно снижаться. Значит,  $k < 0$ .

б) На валютном рынке должен наблюдаться баланс спроса и предложения ругриков,  $Q^D(P) = Q^S(P)$ . Из условия мы знаем, что  $Q^D(P) = 100 - P$ , а из предыдущего пункта ясно, что  $Q^S(P) = -10 + P$ . Соответственно, в равновесии верно, что  $100 - P = -10 + P$ , откуда  $P = 55$  — равновесный валютный курс ругрика.

Теперь запишем основное макроэкономическое тождество для открытой экономики:  $Y = C + I + G + NX = 20 + 0,5Y_d + 40 - r + 30 + 10 - 0,5P = 100 + 0,5Y_d - r - 0,5P$ . Поскольку в Ругриграде налоги автономны, располагаемый доход оказывается равен  $Y_d = Y - T = Y - 50$ . Также из условия известно, что  $r = 10$ , а из предыдущей части решения мы знаем, что  $P = 55$ . Подставляя эти результаты в уравнение, получим  $Y = 75 + 0,5Y - r - 0,5P = 75 + 0,5Y - 10 - 0,5 \cdot 55$ , и решая его относительно  $Y$  имеем, что  $Y = 75$  — равновесный выпуск Ругриграда.

Ответ:  $P = 55, Y = 75$ .

в) Пусть ставка процента равна  $r$ . Тогда новый равновесный валютный курс ругрика находится из уравнения  $Q^D(P) = Q^S(P)$ , то есть  $94 - P = -r + P$ , откуда  $P = 47 + 0,5r$ . ЦБР хочет, чтобы было выполнено соотношение  $P = 47 + 0,5r = 55$ , откуда новое значение ставки процента равно  $r = 16$ . Изначально ставка процента была равна 10 %, а значит, чтобы добиться своей цели, Центральный Банк должен увеличить ставку процента на 6 процентных пунктов.

Ответ: увеличить на 6 процентных пунктов.

г) В новых условиях верно, что  $r = 16$  и  $P = 55$ . Из решения пункта б) мы знаем, что основное макроэкономическое тождество для Ругриграда может быть записано в виде уравнения  $Y = 100 + 0,5(Y - T) - r - 0,5P$ . Государство хочет вернуть выпуск на исходный уровень, то есть добиться  $Y = 75$ . Подставляя  $Y$ ,  $r$  и  $P$  в уравнение и решая его относительно  $T$ , получим, что  $T = 38$ . Исходный уровень налогов равен 50, поэтому для достижения своей цели государству следует уменьшить налоги на 12.

Ответ: уменьшить на 12.

Примечание 1: если решать пункты б) — г) в неверном предположении о том, что  $k > 0$ , то в пункте б) получится другой ответ,  $P = 45, Y = 85$ . В пунктах в) и г) ответ останется численно таким же, как и при правильном решении, но направление изменений будет определено неверно. В пункте в) будет сделан вывод о том, что нужно уменьшить ставку процента на 6 процентных пунктов, вместо того, чтобы увеличить ее на те же 6 процентных пунктов. В пункте г) будет сделан вывод о том, что необходимо увеличить налоги на 12, вместо того, чтобы уменьшить их на те же 12.

Примечание 2: поводом для задачи послужили реальные события. В августе 2023 г. рубль резко ослаб (курс доллара превысил 100 руб/долл), и ЦБ РФ повысил ключевую ставку сразу на 3,5 процентных пункта, опасаясь инфляционного давления, вызванного резким ослаблением рубля. В результате предложение рублей на валютном рынке сократилось, и рубль укрепился обратно. Участнику олимпиады, знакомому с этими реальными событиями, скорее всего, было проще решить данную задачу.

### Схема проверки

Если при решении пунктов б) — г) участник ошибочно полагает, что  $k > 0$ , то решение проверяется как если бы значение  $k$  действительно было бы положительным, причем за каждый выполненный критерий ставится половина указанных баллов, округленная, при необходимости, в меньшую сторону. За каждую арифметическую ошибку снимается 1 балл.

а) Всего за пункт — 2 балла, из них:

- За указание отрицательности знака  $k$  — 2 балла за пункт.
- За указание положительности знака  $k$ /отсутствие ответа — 0 баллов за пункт.

б) Всего за пункт — 10 баллов, из них:

- За составление уравнения баланса на валютном рынке  $100 - P = -10 + P$  (или аналогичного ему через обратные функции спроса и предложения) — 3 балла.
  - Если уравнение баланса выписано лишь в общем виде  $Q^D(P) = Q^S(P)$  — 1 балл из 3 за составление уравнения баланса.
- За нахождение равновесного валютного курса ругрика  $P = 55$  — 2 балла.

- За составление уравнения основного макроэкономического тождества  $Y = 75 + 0,5Y - r - 0,5P$  (или аналогичного ему с уже подставленными известными значениями  $r$  и  $P$ ) — 3 балла.
  - Если основное макроэкономическое тождество выписано лишь в общем виде  $Y = C + I + G + NX$  — 1 балл из 3 за составление уравнения основного макроэкономического тождества.
- За нахождение равновесного выпуска Ругриграда  $Y = 75$  — 2 балла.
- в) Всего за пункт — 4 балла, из них:
  - За нахождение необходимого увеличения ставки процента на 6 процентных пунктов — 4 балла за пункт.
  - Если необходимое увеличение ставки процента не найдено, однако найден новый уровень ставки процента  $r = 16$  — 2 балла за пункт.
- г) Всего за пункт — 4 балла, из них:
  - За нахождение необходимого уменьшения налогов на 12 — 4 балла за пункт.
  - Если необходимое уменьшение налогов не найдено, однако найден новый уровень налогов  $T = 38$  — 2 балла за пункт.

## 4.2. Офис для ценовой дискриминации

Авиарейсы из города N-ска в Москву осуществляет единственная авиакомпания «N-авиа». Спрос на ее услуги предъявляют две группы пассажиров — пенсионеры и непенсионеры. Месячный спрос пенсионеров на авиабилеты описывается уравнением  $Q = 44 - P$ , а месячный спрос непенсионеров — уравнением  $Q = 80 - P$ . Месячная функция издержек авиакомпании имеет вид  $TC = 20Q + 500$ .

Продавать билеты пенсионерам и непенсионерам по разным ценам законом не запрещено, но изначально авиакомпания этого не делает, потому что продает билеты только через интернет и не имеет технической возможности проверять наличие пенсионных удостоверений.

а) (10 баллов) Найдите единую цену на билет, которую установит компания в изначальной ситуации.

б) (6 баллов) Авиакомпания может арендовать офис продаж в одном из городских торговых центров. Продавая билеты в офисе, фирма сможет проверять наличие пенсионных удостоверений, и, соответственно, назначать для пенсионеров и непенсионеров разные цены. Определите максимальное значение месячной арендной платы  $R_{\max}$ , которое компания будет готова платить за аренду офиса.

в) (4 балла) Допустим, наличие офиса не только позволяет назначать для пенсионеров и непенсионеров разные цены, но и увеличивает в целом узнаваемость авиакомпании — в случае открытия офиса спрос непенсионеров вырастет до  $Q = 90 - P$ . Найдите значение  $R_{\max}$  в этих условиях.

### Решение

а) Найдем функцию рыночного спроса. Поскольку при ценах  $P \in (44; 80)$  покупают билеты только непенсионеры, спрос имеет вид

$$Q(P) = \begin{cases} 80 - P + 44 - P, & P \leq 44; \\ 80 - P, & P \in (44; 80] \end{cases} = \begin{cases} 124 - 2P, & P \leq 44; \\ 80 - P, & P \in (44; 80]. \end{cases}$$

Дальше можно решать двумя способами — максимизацией прибыли по цене или по количеству.

**Способ 1 (максимизация по цене).** Составим функцию прибыли фирмы  $\pi(P)$ .

$$\pi(P) = Q(P) \cdot P - TC(Q(P)) = Q(P)P - 20Q(P) - 500 = \begin{cases} 164P - 2P^2 - 2980, & P \leq 44; \\ 100P - P^2 - 2100, & P \in (44; 80]. \end{cases}$$

Найдем цену  $P^*$ , при которой прибыль максимальна.

Функция прибыли на каждом из участков является квадратичной, ветви парабол направлены вниз. Поэтому максимум на каждом из участке достигается в вершине соответствующей параболы, если она принадлежит этому участку.

Найдем эти вершины.

- На участке  $[0; 44]$ ,  $P_B = (-164)/(-2 \cdot 2) = 41$ , что принадлежит этому участку.
- На участке  $(44; 80]$   $P_B = (-100)/(-2) = 50$ , что принадлежит этому участку.

Значит, обе цены 41 и 50 являются точками локального максимума прибыли. Глобально оптимальной будет та из этих двух цен, при которой прибыль больше. Рассчитаем эту прибыль.

$$\pi(41) = (124 - 2 \cdot 41)(41 - 20) - 500 = 382.$$

$$\pi(50) = (80 - 50)(50 - 20) - 500 = 400.$$

Поскольку  $400 > 382$ , оптимальной является цена  $P^* = 50$ . Авиакомпания назначит цену, при которой пенсионеры не будут пользоваться ее услугами.

**Способ 2 (максимизация по количеству).** Найдем обратную функцию рыночного спроса  $P(Q)$  из уравнения  $Q(P)$ .

$$P(Q) = \begin{cases} 80 - Q, & Q \leq 36; \\ 62 - Q/2, & Q \in (36; 124]. \end{cases}$$

Точку излома  $Q = 36$  получаем, подставив цену излома  $P = 44$  в  $Q(P)$ .

Составим функцию прибыли  $\pi(Q)$ .

$$\pi(Q) = P(Q) \cdot Q - TC(Q) = \begin{cases} 60Q - Q^2 - 500, & Q \leq 36; \\ 42Q - Q^2/2 - 500, & Q \in (36; 124]. \end{cases}$$

На каждом из двух участков функция является квадратичной, ветви параболы направлены вниз. При  $Q \leq 36$  вершиной параболы является  $Q_B = (-60)/(-2) = 30$ , при  $Q > 36$  вершина находится в точке  $Q_B = -(42)/(-2 \cdot 0,5) = 42$ . Обе вершины принадлежат соответствующим участкам, значит, на каждом из участков максимум достигается именно в соответствующей вершине.

Также точки локального максимума  $Q = 30$  и  $Q = 42$  можно найти из приравнивания  $MR$  и  $MC$ . Функция  $MR(Q)$  на каждом из участков вдвое более крута, чем функция  $P(Q)$ :

$$MR(Q) = \begin{cases} 80 - 2Q, & Q < 36; \\ 62 - Q, & Q \in (36; 124]. \end{cases}$$

Решая уравнение  $MR(Q) = 20$ , находим его два корня  $Q = 30$  и  $Q = 42$ . Это точки локального максимума прибыли, потому что  $MR$  убывает в окрестности этих точек, а  $MC$  постоянны.

Чтобы найти глобальный максимум прибыли, сравним прибыль при  $Q = 30$  и  $Q = 42$ .

$$\pi(30) = 60 \cdot 30 - 30^2 - 500 = 400.$$

$$\pi(42) = 42^2 - 42^2/2 - 500 = 382.$$

Значит, прибыль максимальна при  $Q^* = 30$ , что соответствует цене  $P^* = 80 - 30 = 50$ .

**Ответ:**  $P^* = 50$ .

б) Фирма будет готова платить за аренду офиса сумму не большую, чем прирост ее прибыли от того, что она сможет назначать две разные цены, а не одну единую. Найдем максимальную прибыль фирмы, если она может назначать две разные цены.

**Способ 1 (максимизация по ценам).** Пусть  $P_1$  — цена для пенсионеров, а  $P_2$  — для всех остальных. Тогда прибыль фирмы как функция этих двух цен примет вид

$$\begin{aligned}\pi(P_1, P_2) &= (44 - P_1)P_1 + (80 - P_2)P_2 - 20(44 - P_1 + 80 - P_2) - 500 = \\ &= (44 - P_1)(P_1 - 20) + (80 - P_2)(P_2 - 20) - 500.\end{aligned}$$

Как видим, функция прибыли разбивается на сумму двух слагаемых, каждое из которых является функцией только от своей цены. Прибыль будет максимальна, когда каждое из слагаемых будет максимально. Поскольку каждое из слагаемых является квадратичной функцией и ветви парабол направлены вниз, максимум каждого из слагаемых достигается в вершине соответствующей параболы. Отсюда  $P_1^* = 32$ ,  $P_2^* = 50$  (вторую вершину мы уже нашли в пункте а)).

Максимальная прибыль (без учета расходов на аренду) равна  $\pi(32, 50) = (44 - 32)(32 - 20) + (80 - 50)(50 - 20) - 500 = 544$ .

Значит, фирма будет готова платить за аренду офиса не больше, чем

$$R_{\max} = 544 - 400 = 144.$$

Эту сумму можно было найти чуть проще, заметив, что поскольку фирма назначает для непенсионеров ту же цену, что и в пункте а), (переменная) прибыль от непенсионеров та же, а значит,  $R_{\max}$  просто равно вновь полученной прибыли от пенсионеров, то есть  $(44 - 32)(32 - 20) = 144$ .

**Способ 2 (максимизация по количествам).** Пусть  $Q_1$  — объем покупок пенсионеров,  $Q_2$  — непенсионеров. Тогда прибыль фирмы как функция от  $Q_1$  и  $Q_2$  есть

$$\begin{aligned}\pi(Q_1, Q_2) &= (44 - Q_1)Q_1 + (80 - Q_2)Q_2 - 20(Q_1 + Q_2) - 500 = \\ &= (24Q_1 - Q_1^2) + (60Q_2 - Q_2^2) - 500.\end{aligned}$$

Как видим, функция прибыли разбивается на сумму двух слагаемых, каждое из которых является функцией только от своего количества. Прибыль будет максимальна, когда каждое из слагаемых будет максимально. Поскольку каждое из слагаемых является квадратичной функцией и ветви парабол направлены вниз, максимум каждого из слагаемых достигается в вершине соответствующей параболы. Отсюда  $Q_1^* = 12$ ,  $Q_2^* = 30$  (вторую вершину мы уже нашли в пункте а)).

Также можно эти объемы найти из приравнивания предельного дохода для каждой группы с предельными издержками:  $MR_1(Q_1) = 44 - 2Q_1 = MC = 20$ ,  $MR_2(Q_2) = 80 - 2Q_2 = MC = 20$ . При таком решении  $Q_i$  проверкой достаточных условий максимума является указание на то, что функции  $MR$  убывают, а  $MC$  постоянны.

Максимальная прибыль (без учета расходов на аренду) равна  $\pi(12, 30) = 544$ .

Значит, фирма будет готова платить за аренду офиса не больше, чем

$$R_{\max} = 544 - 400 = 144.$$



**Ответ:**  $R_{\max} = 144$ .

в) Пересчитаем максимальную прибыль в случае открытия офиса. Она находится так же, как в пункте б), но с новым спросом непensionеров. Поскольку спрос пенсионеров тот же, что в б), мы уже знаем оптимальную цену для них —  $P_1^* = 32$  (оптимальный объем  $Q_1^* = 12$ ).

Найдем новый оптимум при обслуживании непensionеров.

**Способ 1 (максимизация по цене).** Новую оптимальную цену для непensionеров находим из максимизации функции  $(90 - P)(P - 20)$ . Эта функция квадратичная, ветви параболы направлены вниз, значит, максимум достигается в вершине, откуда  $P_2^* = 55$ .

**Способ 2 (максимизация по количеству).** Новый оптимальный объем для непensionеров находим из максимизации функции  $(90 - Q)Q - 20Q$ . Эта функция квадратичная, ветви параболы направлены вниз, значит, максимум достигается в вершине, откуда  $Q_2^* = 35$ . Также этот объем можно найти из приравнивания  $MR = 90 - 2Q$  и  $MC = 20$ .

Значит, в случае открытия офиса прибыль будет равна

$$\pi = 144 + (90 - 55)(55 - 20) - 500 = 869.$$

Отсюда  $R_{\max} = 869 - 400 = 469$ .

**Ответ:**  $R_{\max} = 469$ .

**Примечание:** задача основана на реальных событиях. Авиакомпания «Ижавиа» (г. Ижевск) предлагает билеты по тарифу «Социальный» для пенсионеров и других льготных категорий пассажиров с оформлением только в офисе. Оформление на сайте невозможно.

### Схема проверки

Все части можно решать как с помощью максимизации по  $P$ , так и с помощью максимизации по  $Q$ . За отсутствие указания на направление ветвей параболы или ссылки на другие достаточные условия максимума баллы не снижаются. За каждую арифметическую ошибку снимается 1 балл.

а) Всего за пункт — 10 баллов, из них:

- Нахождение функции рыночного спроса — 2 балла
- Составление функции прибыли — 2 балла
- Нахождение первого локального максимума прибыли — 2 балла
- Нахождение второго локального максимума прибыли — 2 балла
- Сравнение значений прибыли в двух точках локального максимума, нахождение глобального максимума — 2 балла.

б) Всего за пункт — 6 баллов, из них:

- Нахождение оптимальной цены или количества для пенсионеров — 2 балла.
- Нахождение оптимальной цены или количества для непensionеров (достаточно ссылки на пункт а), если участник уже нашел ее в пункте а)) — 1 балл.
- Нахождение максимальной прибыли при открытии офиса — 1 балл.
- Нахождение  $R_{\max}$  — 2 балла,

в) Всего за пункт — 4 балла, из них:

- Нахождение новой оптимальной цены для непensionеров — 2 балла.
- Нахождение новой общей прибыли фирмы — 1 балл.
- Нахождение  $R_{\max}$  — 1 балл.

### 4.3. Выгода от сотрудничества

В странах Линия и Квадратия могут производиться товары X и Y. КПВ страны Линия имеет вид  $y_1 = 280 - 2x_1$ . КПВ страны Квадратия имеет вид  $y_2 = 252 - x_2^2/7$ . В обеих странах товары потребляют только в комплектах. Один комплект состоит из одной единицы товара X и пяти единиц товара Y.

а) (5 баллов) Допустим, страны никак не взаимодействуют друг с другом. Найдите максимально возможное суммарное потребление комплектов в двух странах.

б) (15 баллов) Теперь допустим, что страны могут сотрудничать, то есть договориться о совместной стратегии производства. Найдите максимальное возможное суммарное потребление комплектов в двух странах. На сколько комплектов оно больше, чем в пункте а)? Подсказка: пункт б) можно решить как с помощью нахождения суммарной КПВ, так и без него.

#### Решение

а) Исходя из соотношения товаров в комплектах, имеем  $y_1 = 5x_1$  и  $y_2 = 5x_2$ . Подставим в уравнения КПВ и преобразуем:

$$5x_1 = 280 - 2x_1,$$

$$7x_1 = 280.$$

$$5x_2 = 252 - x_2^2/7,$$

$$x_2^2/7 + 5x_2 - 252 = 0.$$

Из первого уравнения получаем  $x_1^* = 40$ , в Линее потребляется 40 комплектов. Из вто-

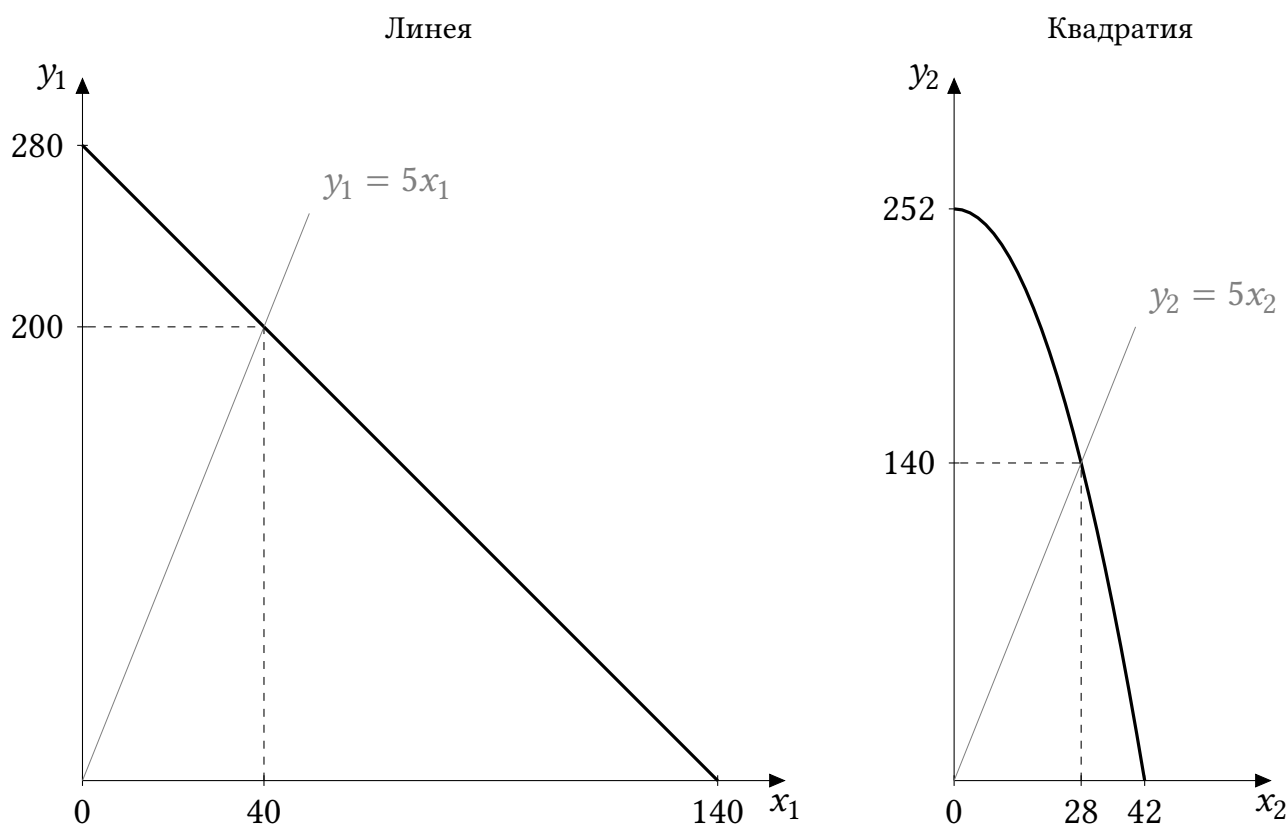


Рис. 3.1: КПВ двух стран и оптимальное производство комплектов

рого уравнения:

$$x_2 = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 252/7}}{2/7} = \frac{-5 \pm \sqrt{169}}{2/7} = \frac{-5 \pm 13}{2/7}.$$

Нас интересует положительный корень  $x_2^* = 8/(2/7) = 28$ . Это и есть количество комплектов, потребляемых в Квадратии.

Общее количество комплектов в двух странах равно  $40 + 28 = 68$ .

Графики КПВ (Рис. 3.1) для полного решения необязательны.

**Ответ:** 68 комплектов.

**б) Способ 1 (не требует сложения КПВ).** Составим систему ограничений, которая будет учитывать и КПВ обеих стран, и необходимость производить комплекты, и преобразуем ее так, чтобы выразить  $x_1$  через  $x_2$ :

$$\begin{cases} y_1 = 280 - 2x_1, \\ y_2 = 252 - x_2^2/7, \\ y_1 + y_2 = 5(x_1 + x_2). \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 + y_2 = 280 - 2x_1 + 252 - x_2^2/7, \\ y_1 + y_2 = 5(x_1 + x_2); \end{cases}$$

$$5(x_1 + x_2) = 280 - 2x_1 + 252 - x_2^2/7; \quad x_1 = -\frac{1}{49}x_2^2 - \frac{5}{7}x_2 + 76.$$

Количество комплектов, произведенное в странах, равно количеству произведенного товара X, то есть  $(x_1 + x_2)$ . Его и нужно максимизировать при указанных выше ограничениях. Запишем выражение для этого количества:

$$x_1 + x_2 = \left(-\frac{1}{49}x_2^2 - \frac{5}{7}x_2 + 76\right) + x_2 = -\frac{1}{49}x_2^2 + \frac{2}{7}x_2 + 76.$$

Это парабола с ветвями вниз, ее максимум достигается при  $x_2 = (-2/7)/(-2/49) = 7$ . Отсюда получаем

$$x_1 = -\frac{1}{49} \cdot 7^2 - \frac{5}{7} \cdot 7 + 76 = -1 - 5 + 76 = 70.$$

Оба объема производства X меньше максимально возможных в своих странах, поэтому найденные точки действительно лежат на страновых КПВ.

Общее количество комплектов равно общему количеству товара X и составляет  $70 + 7 = 77$ . Это на 9 комплектов больше, чем в пункте а).

**Способ 2.** Построим суммарную КПВ.

Альтернативная стоимость товара X в Линее всегда равна 2, а в Квадратии является переменной величиной, равной модулю производной  $y_2$  по  $x_2$ :  $\frac{2}{7}x_2$ . При значениях  $x_2 < 7$  альтернативная стоимость в Квадратии меньше, товар X нужно производить там. При бóльших  $x_2$  производство каждой единицы X в Квадратии становится дороже, чем в Линее, поэтому нужно переключиться на производство X в Линее, а вернуться в Квадратию тогда, когда производственные возможности X в Линее будут исчерпаны.

Таким образом, уравнение общей КПВ имеет вид:

$$Y = \begin{cases} (280 - 2 \cdot 0) + [252 - X^2/7], & X \leq 7 \quad (\text{в Линее производится только } Y) \\ (280 - 2(X - 7)) + [252 - 7^2/7], & 7 < X < 147 \quad (X \text{ и } Y \text{ производятся везде}) \\ (280 - 2 \cdot 140) + [252 - (X - 140)^2/7], & X \geq 147 \quad (\text{весь } Y \text{ производится в Квадратии}) \end{cases}$$

В каждом уравнении выражение в круглых скобках — количество единиц товара  $Y$ , произведенное в Линее, а в квадратных скобках — в Квадратии. Выражения записаны так, чтобы было видно, какое значение  $x$  подставляется в уравнение КПВ каждой страны.

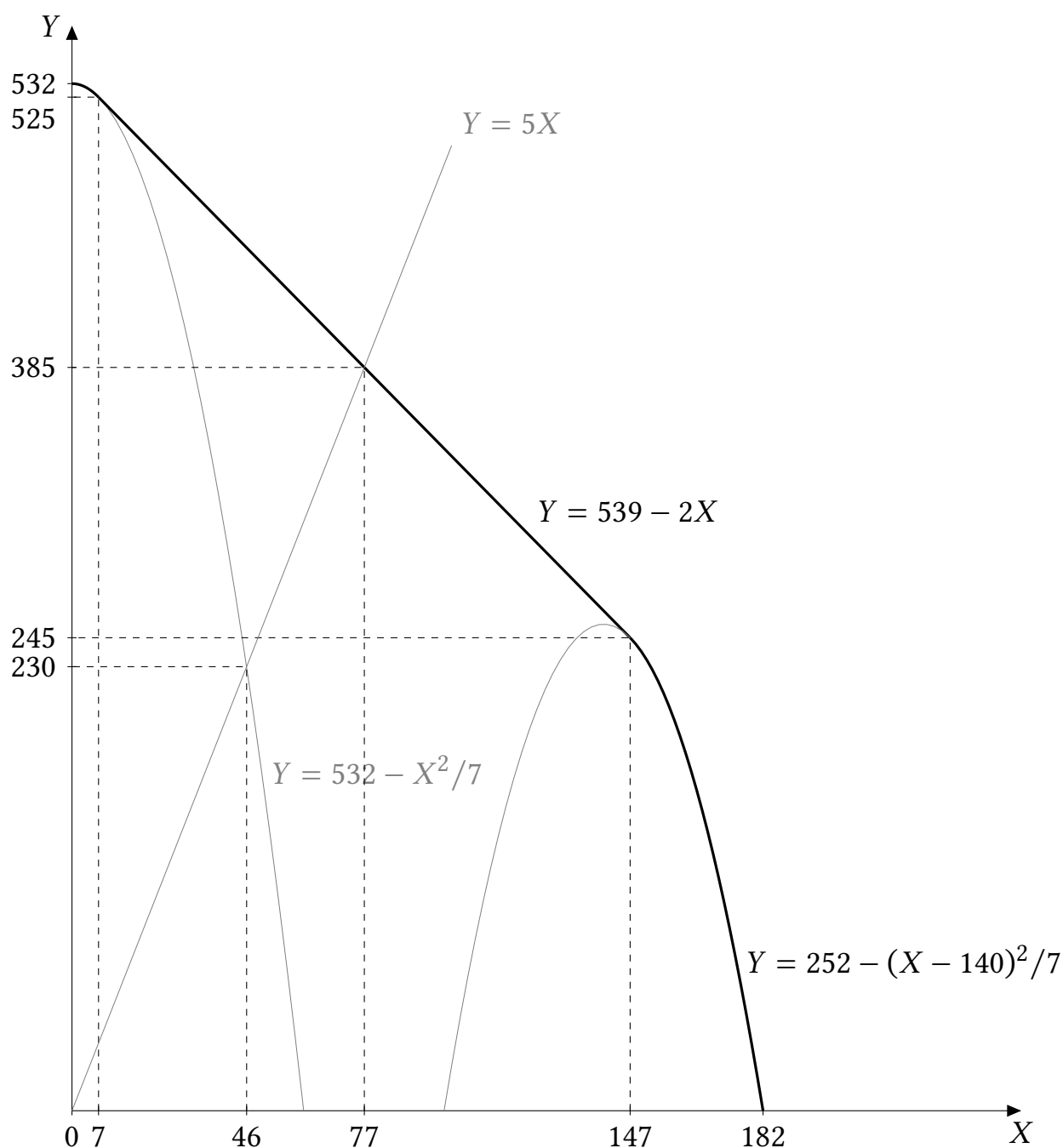


Рис. 3.2: Суммарная КПВ двух стран (жирная линия)

Подставим условие на соотношение товаров  $Y = 5X$  в комплекте в каждый участок, при этом упростив правые части:

$$\begin{cases} 5X = 532 - X^2/7, & \text{если } X \leq 7 \\ 5X = 539 - 2X, & \text{если } 7 < X < 147 \\ 5X = 252 - (X - 140)^2/7, & \text{если } X \geq 147 \end{cases}$$

Поскольку КПВ — убывающая функция, а  $Y = 5X$  — возрастающая, у них может быть не более одного пересечения. Решим самое простое уравнение — второе, получим  $X = 77$ , что попадает в интервал  $(7; 147)$ . Можно (но не обязательно) убедиться, что решение первого уравнения  $X \approx 46$  на соответствующий участок не попадает, а третье уравнение и вовсе не имеет корней (это видно на Рис. 3.2, где «недостающие» части парабол нарисованы светлыми линиями). Значит,  $X = 77$  и есть оптимальное производство товара  $X$  и оптимальное количество комплектов. Общее количество увеличится по сравнению с пунктом а) на 9.

Сложить КПВ можно и другим (более длинным) способом, не прибегая к сравнению альтернативных издержек. По определению, уравнение суммарной КПВ  $Y(X)$  показывает максимальный суммарный уровень производства товара  $Y$  при данном суммарном производстве товара  $X$ . Значит,  $Y(X)$  можно получить, решив оптимизационную задачу (\*):

$$Y = y_1 + y_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} y_1 = 280 - 2x_1, \\ y_2 = 252 - x_2^2/7, \\ x_1 + x_2 = X, \\ x_1 \in [0; 140], \\ x_2 \in [0; 42]. \end{cases}$$

Подставляя выражения для  $y_1$  и  $y_2$ , получаем задачу

$$280 - 2x_1 + 252 - x_2^2/7 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = X, \\ x_1 \in [0; 140], \\ x_2 \in [0; 42]. \end{cases}$$

Затем, выражая, например,  $x_1$  через  $x_2$  и  $X$ , получаем задачу

$$280 - 2(X - x_2) + 252 - x_2^2/7 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} X - x_2 \in [0; 140], \\ x_2 \in [0; 42]. \end{cases}$$

Ее решение  $x_2^*(X)$  будет достигаться либо в вершине параболы  $x_2^* = 7$ , либо на одной из границ в зависимости от  $X$ , а именно:

$$x_2^*(X) = \begin{cases} X, & X \leq 7; \\ 7, & 7 < X \leq 147; \\ X - 140, & 147 < X \leq 182. \end{cases}$$

Подставляя  $x_2^*(X)$  в целевую функцию, находим уравнение КПВ  $Y(X)$ , состоящее из трех участков.

**Ответ:** 77 комплектов, на 9 больше, чем в пункте а).

### Схема проверки

За отсутствие указания на направление ветвей параболы баллы не снижаются. За каждую арифметическую ошибку снимается 1 балл.

а) Всего за пункт — 5 баллов, из них:

- По 2 балла — за нахождение числа комплектов в каждой стране;
- 1 балл за суммарное количество.

б) Всего за пункт — 15 баллов. Разбалловка зависит от способа решения.

**Способ 1:**

- Корректная запись системы ограничений, корректное преобразование которой может потом привести к функции, которую нужно максимизировать для получения ответа — 3 балла.
- Преобразование системы, результатом которой становится выражение, задающее количество комплектов ( $(x_1 + x_2)$  или эквивалентно  $(y_1 + y_2)$ ) как функцию одной переменной (в решении выше — переменной  $x_2$ ) — 5 баллов.
- Максимизация данной функции — определение оптимального значения переменной, по которой максимизация проводилась (в решении выше — переменной  $x_2$ ) — 4 балла.
- Нахождение производства в другой стране (в решении выше — переменной  $x_1$ ) и суммарного количества комплектов — 2 балла.
- Подсчет изменения количества комплектов — 1 балл.

**Способ 2:**

- Наблюдение про то, что альтернативные стоимости двух стран отличаются в разные стороны в зависимости от выбора точки производства, а следовательно при малых  $X$  нужно производить его в Квадратии, затем, при увеличении, в Линее, а потом снова в Квадратии — 4 балла. Если сформулирована только более общая мысль, что из-за нелинейности полной специализации между странами не будет, — 2 балла вместо 4. Если участник находит КПВ с помощью решения задачи максимизации  $Y = y_1 + y_2$  при данном  $X = x_1 + x_2$  (задачи (\*)), то из этих 4-х баллов:
  - 1 балл за постановку задачи;
  - 1 балл за ее верное решение при  $X \leq 7$ ;
  - 1 балл за ее верное решение при  $7 < X \leq 147$ ;

- 1 балл за ее верное решение при  $147 < X \leq 182$ .
- Составление уравнения суммарной КПВ — по 2 балла за каждый из трех участков.
- Нахождение точки пересечения КПВ и линии комплектов, включая проверку принадлежности ее к нужному участку КПВ — 4 балла. Если найдена точка, не принадлежащая КПВ (неверно выбран участок КПВ для уравнения, но само уравнение решено верно) — 1 балл из 4.
- Подсчет изменения количества комплектов — 1 балл.



XXIX Всероссийская олимпиада школьников по экономике

2023/2024 год

Региональный этап

Конкурс	<input type="radio"/> 9 класс
	<input type="radio"/> 10 класс
	<input checked="" type="radio"/> 11 класс

Образец заполнения (части 1–3)

1.1. 1)  2)  3)  4)

2.1. 1)  2)  3)  4)

3.1. \_\_\_\_\_<sup>123</sup>

Бланк ответов, решений и оценок

Часть 1

- 1.1. 1)  2)  3)  4)   
1.2. 1)  2)  3)  4)   
1.3. 1)  2)  3)  4)   
1.4. 1)  2)  3)  4)   
1.5. 1)  2)  3)  4)

Часть 2

- 2.1. 1)  2)  3)  4)   
2.2. 1)  2)  3)  4)   
2.3. 1)  2)  3)  4)   
2.4. 1)  2)  3)  4)   
2.5. 1)  2)  3)  4)

Баллы за часть 1 (заполняется жюри)	
--	--

Баллы за часть 2 (заполняется жюри)	
--	--

Часть 3

- 3.1. \_\_\_\_\_ 10%   
3.2. \_\_\_\_\_ 91.   
3.3. \_\_\_\_\_ 80.   
3.4. \_\_\_\_\_ 9%.   
3.5. \_\_\_\_\_ 32.

Часть 4 (заполняется жюри)

	4.1	4.2	4.3
Оценка			
Подпись			

Баллы за часть 3 (заполняется жюри)	
--	--

Баллы за часть 4 (заполняется жюри)	
--	--

Общая сумма баллов (заполняется жюри)	
--	--

*Используйте для записи решений части 4  
только отведенное для каждого задания место.  
В случае необходимости попросите дополнительный лист.*

*Не пишите нигде на бланке свое имя, фамилию  
или другие сведения, которые могут указывать  
на авторство работы.*