

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ЭКОНОМИКЕ 2024-2025 уч. г.

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

9 класс

Всего за задания – 100 баллов

Критерии оценивания олимпиадных заданий

Правильные ответы

	№1	№2	№3	№4	№5
1					
2		X	X		X
3	X				
4				X	

	№6	№7	№8	№9	№10
1	X		X		
2	X	X	X	X	X
3				X	X
4	X	X	X		

№11	№12	№13	№14	№15
200	60	480	5,7	6750

Задания 1-5: выберите единственный верный ответ- за каждый правильный ответ – **2 балла**. Всего за задания 1-5 – 10 баллов

Задания 6-10: укажите все правильные ответы и ни одного неправильного. За каждый правильный ответ – **4 балла** (если в точности указаны все верные варианты и не отмечено ничего лишнего). Всего за задания 6-10 – 20 баллов

Задания 11-15: задания с кратким ответом - за каждый правильный ответ – **5 баллов**. Для получения максимального балла за задания с кратким ответом участнику достаточно написать правильный ответ. Приводить решение не требуется. Всего за задания 11-15 – 25 баллов.

Задания с развернутым ответом (решением)

№16. О пользе бананов

На совершенно конкурентном рынке бананов спрос задается уравнением $Q_d = 20 - P$, а предложение - $Q_s = P$, где P – цена в денежных единицах, а Q – количество бананов в тыс. тонн.

а) Найдите цену и количество на этом рынке в равновесии. Изобразите спрос и предложение на графике, отметьте на нем равновесные количество и цену.

б) Ученые выяснили, что бананы очень полезны для здоровья, поэтому спрос увеличился до величины $Q_d^{new} = 40 - P$, а предложение, благодаря дополнительным мерам по стимулированию выращивания полезного фрукта, стало равно $Q_s^{new} = 3P$. Определите новые равновесные цену и количество на рынке.

в) Изобразите на одном графике новые и старые линии спроса и предложения, а также отметьте равновесные точки.

г) Определите выигрыш потребителей и производителей в исходном и новом равновесии.

Решение:

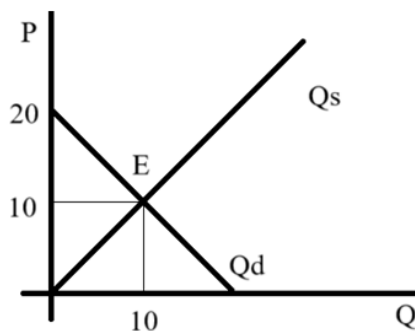
а) Поскольку в равновесии величина спроса должна быть равна величине предложения, получим уравнение, из которого определим равновесную цену:

$$20 - P = P \text{ (1 балл)}$$

$$2P = 20 \Rightarrow P = 10 \text{ ден. ед. (1 балл)}$$

Тогда равновесное количество составит: $Q = 20 - 10 = 10$ тыс. тонн (1 балл)

График, описывающий равновесие на рынке бананов: (2 балла)



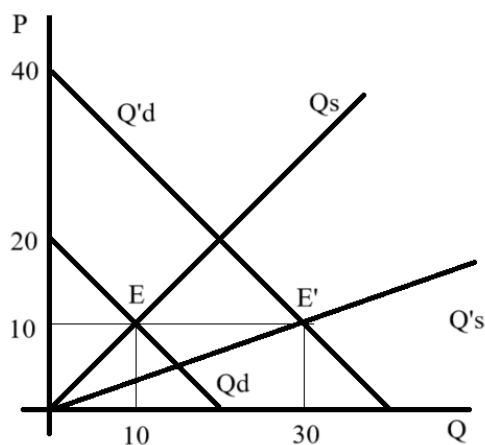
б) Поскольку в равновесии величина спроса должна быть равна величине предложения, получим уравнение, из которого определим равновесную цену:

$$40 - P = 3P \text{ (1 балл)}$$

$$4P = 40 \Rightarrow P = 10 \text{ ден. ед. (1 балл)}$$

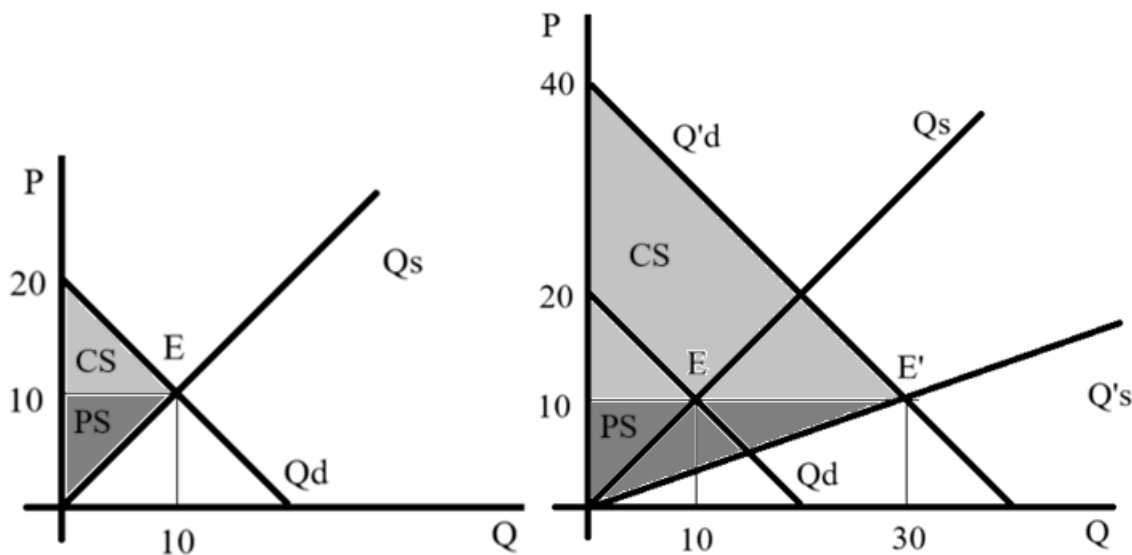
Тогда равновесное количество составит: $Q = 40 - 10 = 30$ тыс. тонн (1 балл)

в) График, описывающий старое и новое равновесие на рынке бананов: (2 балла)



На обоих графиках должны быть указаны координаты точек равновесия, иначе штраф в 1 балл за каждый график.

г) На рисунках заливкой показаны области выигрыша потребителей (CS) и производителей (PS). (для полного балла за пункт рисунка приводить не обязательно)



При первоначальном равновесии выигрыши потребителей и производителей составят:

$$CS = \frac{1}{2} \cdot (20 - 10) \cdot 10 = 50; \quad PS = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50 \text{ (2 балла)}$$

При новом равновесии выигрыши потребителей и производителей составят:

$$CS_{new} = \frac{1}{2} \cdot (40 - 10) \cdot 30 = 450; \quad PS_{new} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 30 = 150 \text{ (2 балла)}$$

Ответ: а) $P = 10$ ден. ед., $Q = 10$ тыс. тонн; б) $P = 10$ ден. ед., $Q = 30$ тыс. тонн.

г) $CS = 50$; $PS = 50$, $CS_{new} = 450$; $PS_{new} = 150$

Всего за задание – 15 баллов

№17. Больше огурцов при достатке помидоров

Вова и Валя решили вести здоровый образ жизни. Для этого каждый из них завёл свой участок, на котором может выращивать и собирать помидоры (x) и огурцы (y). Вова на своём участке за один час может собрать либо 10 помидоров, либо 20 огурцов. Валя же может за час собрать либо 15 помидоров, либо 10 огурцов. Альтернативные издержки производства друзей постоянны. В день на своих участках они готовы проводить только 5 часов. Поскольку Вова и Валя являются очень хорошими друзьями, то они объединились и перераспределяют производство между собой так, чтобы выращивать и собирать максимальное количество овощей.

а) Нарисуйте индивидуальные кривые производственных возможностей (КПВ) Вовы и Вали, а также их суммарную дневную КПВ и запишите уравнения для этих функций. Какое максимальное количество огурцов в день смогут в сумме собирать друзья, если каждый день они хотят собирать 90 помидоров?

б) Теперь к друзьям присоединился их друг Тихон, на своём участке Тихон может собирать либо 60 помидоров, либо 50 огурцов в день. Его альтернативные издержки также постоянны. Нарисуйте суммарную дневную КПВ единомышленников теперь (сложите КПВ). Какое максимальное количество огурцов в день смогут в сумме теперь собирать друзья, если каждый день они хотят собирать 90 помидоров.

Решение:

а) Поскольку Вова для выращивания одного помидора тратит $\frac{1}{10}$ часа, а для одного огурца – $\frac{1}{20}$ часа, то КПВ Вовы будет иметь вид:

$$\frac{1}{10}x + \frac{1}{20}y = 5 \text{ или } y = 100 - 2x \text{ (1 балл)}$$

Поскольку Валя для выращивания одного помидора тратит $\frac{1}{15}$ часа, а для одного огурца – $\frac{1}{10}$ часа, то КПВ Вали будет иметь вид:

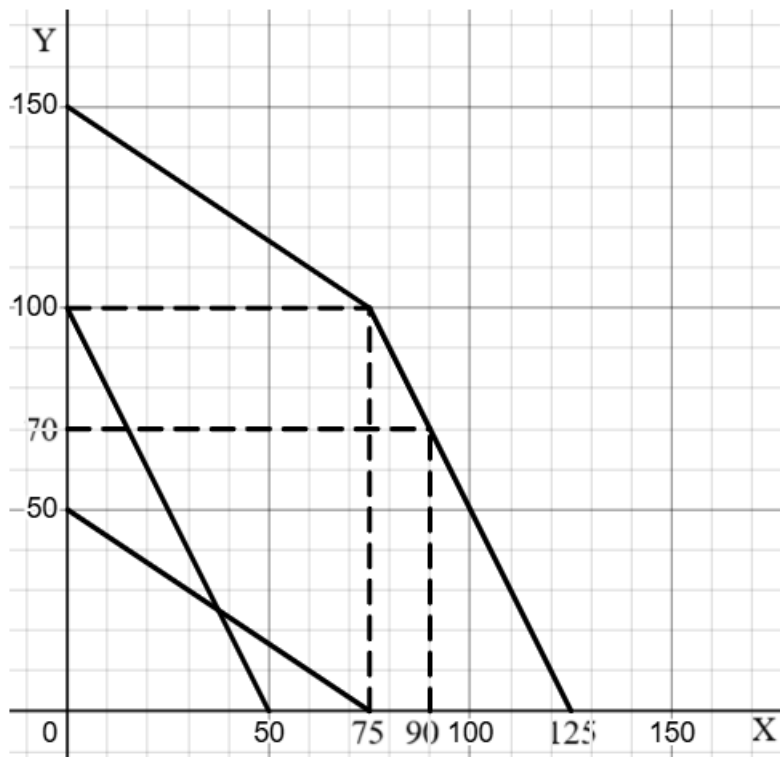
$$\frac{1}{15}x + \frac{1}{10}y = 5 \text{ или } y = 50 - \frac{2}{3}x \text{ (1 балл)}$$

Так как альтернативные издержки сбора одного помидора для Вовы составляют $\frac{20}{10} = 2$ огурца, а для Вали – $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ огурца, то, при объединении усилий, первые $15 \cdot 5 = 75$ помидоров будет собирать только Валя, а большее количество помидоров ребята будут собирать вместе. **(1 балл)**

С учётом того, что вместе ребята могут собрать максимально 150 огурцов или 125 помидоров, получим их общую КПВ:

$$y = \begin{cases} 150 - \frac{2}{3}x, x \in [0; 75) \\ 250 - 2x, x \in [75; 125] \end{cases} \text{ (1 балл)}$$

График индивидуальных и совместной КПВ: (3 балла)



Тогда при выращивании 90 помидоров ребята смогут вырастить $250 - 2 \cdot 90 = 70$ огурцов. (1 балл)

б) КПВ Тихона будет иметь вид:

$$\frac{1}{60}x + \frac{1}{50}y = 1 \text{ или } y = 50 - \frac{5}{6}x \text{ (1 балл)}$$

Так как альтернативные издержки сбора одного помидора для Тихона составляют $\frac{50}{60} = \frac{5}{6}$ огурца, то с учётом того, что $\frac{2}{3} < \frac{5}{6} < 2$, в первую очередь заниматься сбором помидоров будет Валя, потом Тихон, а затем уже Вова. (1 балл)

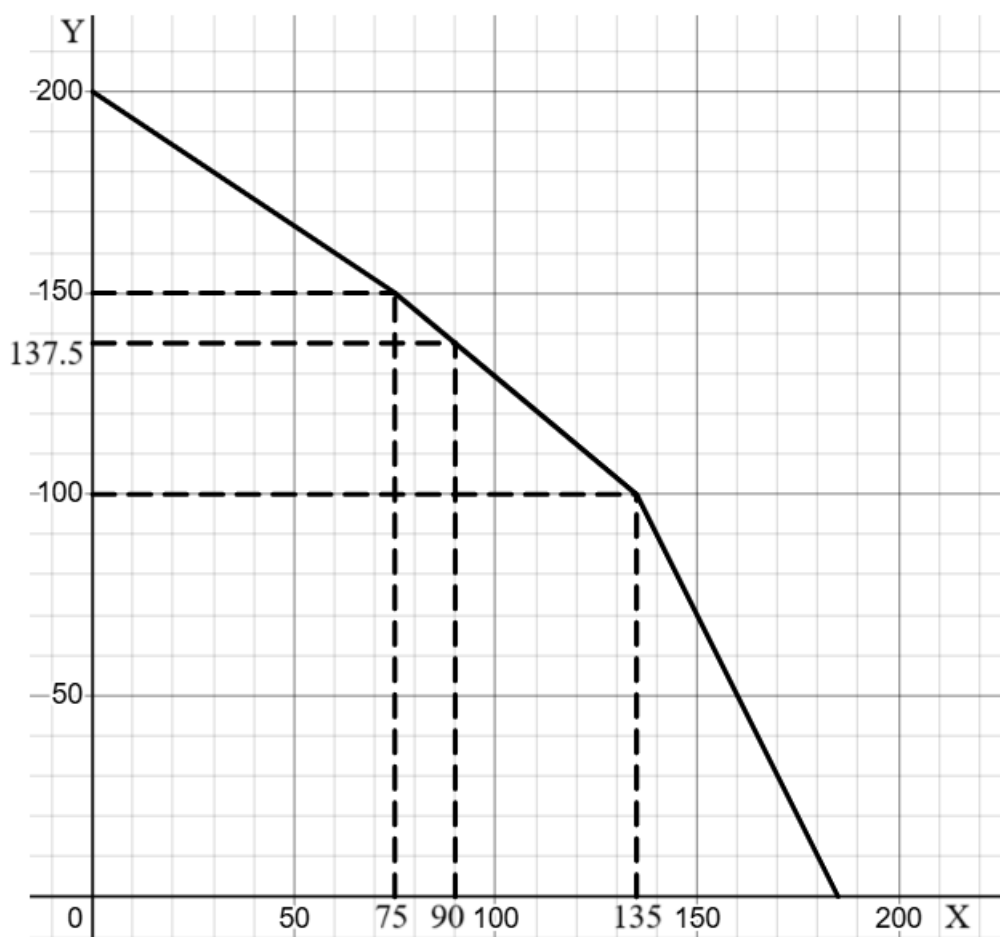
Тогда совместную КПВ можно записать так:

$$y = \begin{cases} 200 - \frac{2}{3}x, x \in [0; 75) \\ 212,5 - \frac{5}{6}x, x \in [75; 135) \\ 370 - 2x, x \in [135; 185] \end{cases} \text{ (1 балл)}$$

Так как $75 < 90 < 135$, то Валя будет собирать только помидоры, Вова — только огурцы, а Тихон и то, и другое. Тогда количество собранных огурцов будет равно:

$$y(90) = 212,5 - \frac{5}{6} \cdot 90 = 137,5 \text{ (1 балл)}$$

Графически суммарная КПВ ребят будет выглядеть так: (3 балла)



На обоих графиках должны быть указаны координаты ключевых точек, иначе штраф в 1 балл за каждый график.

Ответ: а). Вова: $\frac{1}{10}x + \frac{1}{20}y = 5$ или $y = 100 - 2x$

Валя: $\frac{1}{15}x + \frac{1}{10}y = 5$ или $y = 50 - \frac{2}{3}x$

Совместно: $y = \begin{cases} 150 - \frac{2}{3}x, x \in [0; 75) \\ 250 - 2x, x \in [75; 125] \end{cases}$

При сборе 90 помидоров ребята смогут собрать 70 огурцов.

б). $y = \begin{cases} 200 - \frac{2}{3}x, x \in [0; 75) \\ 212,5 - \frac{5}{6}x, x \in [75; 135) \\ 370 - 2x, x \in [135; 185] \end{cases}$

При сборе 90 помидоров ребята смогут собрать 137,5 огурцов.

Всего за задание – 15 баллов

№18. Красочная монополия

В стране Красковании спрос на краски предъявляют две группы потребителей: художники — $Q_d^X = 50 - P$ и маляры — $Q_d^M = 120 - 2P$. Производит краски единственная фирма Моноколор, средние издержки которой составляют: $AC = 10 + \frac{100}{Q}$.

а). Найдите прибыль фирмы Моноколор, если она продаёт краску только малярам.

б) Найдите прибыль фирмы Моноколор, если она не отличает художников и маляров и назначает единую цену.

в) Определите прибыль фирмы Моноколор, если она может идентифицировать художников и маляров и назначать для каждой из групп потребителей разные цены.

Решение:

а) Функция общих издержек фирмы Моноколор имеет вид:

$$TC = AC \cdot Q = 10Q + 100 \text{ (1 балл)}$$

Обратная функция спроса маляров имеет вид:

$$P_d^M = 60 - \frac{1}{2}Q \text{ (1 балл)}$$

Тогда функция прибыли компании примет вид:

$$Pr = P \cdot Q - TC = \left(60 - \frac{1}{2}Q\right)Q - 10Q - 100 = -\frac{1}{2}Q^2 + 50Q - 100 \text{ (1 балл)}$$

Графиком данной функции является парабола, её ветви направлены вниз, поэтому максимум находится в вершине. (1 балл)

$$Q^* = \frac{-50}{-\frac{1}{2} \cdot 2} = 50$$

$$Pr^* = -\frac{1}{2} \cdot 50^2 + 50 \cdot 50 - 100 = 1150 \text{ (1 балл)}$$

б) Функция спроса на краски будет иметь вид:

$$Q_d = \begin{cases} 170 - 3P, P \in [0; 50] \\ 120 - 2P, P \in (50; 60] \end{cases} \text{ (1 балл)}$$

Поскольку случай, когда на рынке присутствуют только маляры был рассмотрен в п. а), осталось рассмотреть случай для $P \in [0; 50]$. В этом случае обратная функция спроса имеет вид:

$$P_d = \frac{170}{3} - \frac{1}{3}Q \text{ (1 балл)}$$

Тогда функция прибыли компании примет вид:

$$Pr = P \cdot Q - TC = \left(\frac{170}{3} - \frac{1}{3}Q\right)Q - 10Q - 100 = -\frac{1}{3}Q^2 + \frac{140}{3}Q - 100 \text{ (1 балл)}$$

Графиком данной функции является парабола, её ветви направлены вниз, поэтому максимум находится в вершине. (1 балл)

$$Q^* = \frac{-\frac{140}{3}}{-\frac{1}{3} \cdot 2} = 70$$

Тогда $P = \frac{170}{3} - \frac{1}{3} \cdot 70 = \frac{100}{3} < 50$, а значит оптимальный объём выпуска допустим.

$$Pr^* = -\frac{1}{3} \cdot 70^2 + \frac{140}{3} \cdot 70 - 100 = \frac{4600}{3} = 1533\frac{1}{3} \quad \text{(1 балл)}$$

Так как $1533\frac{1}{3} > 1150$, то Моноколор будет продавать краски по цене $\frac{100}{3}$ и сможет получить прибыль в размере $1533\frac{1}{3}$ **(1 балл)**

в) Обратная функция спроса художников имеет вид:

$$P_d^X = 50 - Q \quad \text{(1 балл)}$$

Тогда функция прибыли компании примет вид:

$$\begin{aligned} Pr &= P_d^M \cdot Q_M + P_d^X \cdot Q_X - TC = \left(60 - \frac{1}{2} Q_M\right) Q_M + (50 - Q_X) Q_X - 10(Q_M + Q_X) - 100 = \\ &= -\frac{1}{2} Q_M^2 + 50 Q_M - Q_X^2 + 40 Q_X - 100 \quad \text{(1 балл)} \end{aligned}$$

Графиком данной функции по каждой из переменных Q_M и Q_X является парабола, её ветви направлены вниз, поэтому максимум находится в вершине. **(1 балл)**

$$Q_M^* = \frac{-50}{-\frac{1}{2} \cdot 2} = 50; \quad Q_X^* = \frac{-40}{-1 \cdot 2} = 20$$

$$Pr^* = -\frac{1}{2} \cdot 50^2 + 50 \cdot 50 - 20^2 + 40 \cdot 20 - 100 = 1550 \quad \text{(1 балл)}$$

Ответ: а). $Pr^* = 1150$; б) $Pr^* = \frac{4600}{3} = 1533\frac{1}{3}$; в) $Pr^* = 1550$

Всего за задание – 15 баллов