

## 7 класс

1. В комнате находятся 10 человек; некоторые из них – рыцари (они всегда говорят правду), другие – лжецы (они всегда лгут). У каждого из присутствующих имеется карточка с натуральным числом от 1 до 10; числа на всех карточках различны. Каждый из присутствующих назвал число на своей карточке:

один из них сказал «У меня карточка с числом 1»,

ещё двое сказали «У меня карточка с числом 2»,

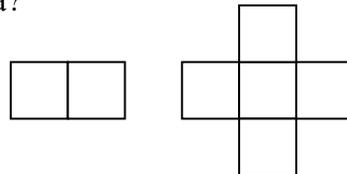
ещё трое сказали «У меня карточка с числом 3»,

наконец, остальные четверо сказали «У меня карточка с числом 4».

Найдите наименьшее возможное количество лжецов в комнате.

2. В клетки таблицы  $3 \times 3$  необходимо расставить три единицы, три двойки и три тройки. Числа должны быть расставлены по одному числу в клетку так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце встречались единица, двойка и тройка. Сколько существует способов расставить числа по этим правилам?

3. Квадрат, разделённый на клетки, разрежали на несколько частей. Каждая часть – это пятиклеточный крест или двухклеточный прямоугольник; они изображены на рисунке. Могло ли так оказаться, что суммарная площадь пятиклеточных крестов составляет больше половины площади исходного квадрата?



4. Имеется 16 яблок; любые два из них – разной массы. Также имеются чашечные весы, с помощью которых можно сравнивать массу любых двух яблок: на левую чашу весов помещается одно из сравниваемых яблок, на правую другое, и та из чаш, на которой более тяжёлое яблоко, перевешивает. На одну чашу весов нельзя одновременно поместить больше одного яблока. Как за не более, чем 18 взвешиваний гарантированно найти два самых тяжёлых яблока? Выяснить, какое из двух найденных яблок тяжелее, не обязательно.

5. У Димы есть коробка, имеющая размеры  $15 \times 18 \times 32$  см, а также кирпичи двух видов ( $1 \times 4 \times 4$  см и  $2 \times 2 \times 6$  см), каждого вида по тысяче штук. Может ли Дима заполнить коробку кирпичами так, чтобы в коробке не было пустот, и из неё не выступали кирпичи? Использовать все кирпичи не обязательно.